**SECCIÓN DE MATEMÁTICAS**

# XXXV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA EN GALICIA

**GAGO COUSO, Felipe**
*Departamento de Alxebra*
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Os pasados 15 e 16 de xaneiro tiveron lugar en Santiago, na Facultade de Matemáticas, as probas correspondentes á Primeira Fase da XXXV Olimpiada matemática Española. Coma vén sendo habitual, a Fase Galega da Olimpiada Matemática organizouse en dúas xornadas. O Profesor Enrique Macías Virgós, Decano da Facultade de Matemáticas, déulle-la benvida ós 99 alumnos que se presentaron o primeiro día, dun total de 131 inscritos. Unha vez cualificados os exercicios, pasaron á segunda sesión un total 38 alumnos de entre os que, por primeira vez este ano, foron seleccionados 9 para concorreren á Segunda Fase, en vez dos 3 dos anos anteriores. Este ano, a segunda fase celébrase en Granada, do 11 ó 14 de marzo. De alí sairán os 6 compoñentes do Equipo Olímpico Español que acudirá tanto á 40ª Olimpiada Matemática Internacional, a celebrar no mes de xullo en Rumanía, coma á XIV Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, a celebrar no mes de setembro en Cuba.

Damos a continuación os nomes dos gañadores, por orde alfabética dentro de cada categoría, e seguidamente os enunciados dos problemas das dúas xornadas.

## PRIMEIROS PREMIOS:

**José Doval González**
*alumno de 2º de B.U.P. do I.E.S. Otero Pedrayo de Ourense*

**Julio López Albín**
*alumno de C.O.U. do I.E.S. Xograr Afonso Gómez de Sarria*

**Javier Múgica de Rivera**
*alumno de C.O.U. do Colexio Manuel Peleteiro de Santiago de Compostela*

**SEGUNDOS PREMIOS:**

**Francisco Javier González Varela**
*alumno de C.O.U. do I.B. Saturnino Montojo de Ferrol*

**Verónica Hisado Chamosa**
*alumna de C.O.U. do I.E.S. San Rosendo de Mondoñedo*

**Marcos Penedo García**
*alumno de C.O.U. do I.B. Camilo J. Cela de Padrón*

**TERCEIROS PREMIOS:**

**Yago Antolín Pichel**
*alumno de C.O.U. da Escola Rosalía de Castro de Vigo*

**Alberto José Fuentes García**
*alumno de 3º de B.U.P. do I.B. Sofía Casanova de Ferrol*

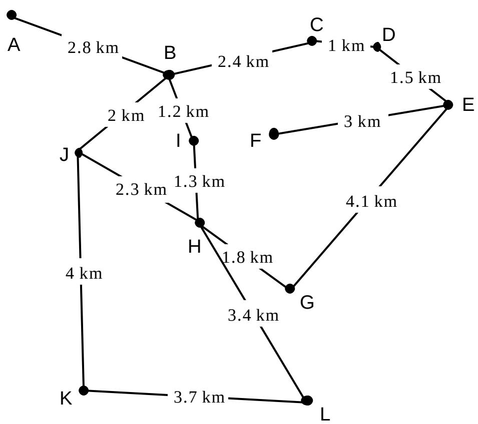
**Marcos García Viaño**
*alumno de C.O.U. do Colexio Compañía de María de Vigo*

**PROBLEMAS DA FASE GALEGA DA XXXV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA.**

1. Como saberás, 1999 é Ano Santo, coma tódolos anos nos que o 25 de xullo cae en domingo. A existencia de anos bisiestos é responsable de que a separación entre os anos santos non sexa uniforme. Demostra que, anque poden chegar a pasar ata 11 anos entre dous anos santos consecutivos, nunca houbo nin haberá década sen ano santo.

nota: *Enténdese que as décadas cóntanse da forma #0, #1, #2, … , #8 y #9*

2. O gráfico que acompaña é un esquema das estradas e pistas dun concello da parte oriental de Galicia. Coa nevada caída o día de fin de ano, os responsables de Protección Civil tiveron que usa-las máquinas quita-neve para comunica-los diferentes pobos de concello.




Elabora unha estratexia para conseguir que nunha situación de emerxencia coma esta, limpando o menor número posible de quilómetros, non quede ningún pobo incomunicado. Indica por onde hai que empezar, e o método para decidir como proseguir. Aplica a estratexia ó caso concreto deste concello, e determina o número mínimo de quilómetros que hai que limpar.

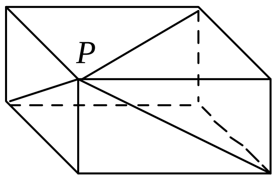
*nota: Non se trata de minimiza-lo camiño percorrido, só os quilómetros que se limpan.*

3. Considéranse seis puntos no espacio, de modo que non haxa tres deles nunha mesma recta, nin catro nun mesmo plano. Se unimos cada par de puntos por un segmento, ¿cantos triángulos se forman?. Píntanse algúns destes segmentos de cor vermella e os demais de cor azul. Demostra que necesariamente hai un triángulo cos tres lados da mesma cor. Comproba que se en lugar de seis puntos tomamos só cinco isto no sucede.

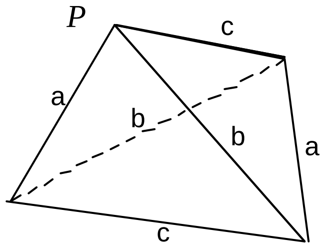
4. Analiza-las relacións entre os tres enunciados seguintes, relativos a tres semirrectas no espacio que saen dun punto P : (ve-lo exemplo de abaixo)

a) A suma dos tres ángulos que forman entre sí estas semirrectas é 180°.

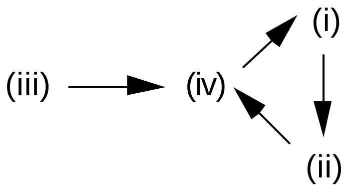
b) O punto *P* é o vértice dun paralelepípedo rectángulo, e as tres semirectas conteñen as diagonais dos tres rectángulos que se cortan en *P*.




c) As tres semirectas conteñen tres aristas concorrentes nun vértice *P* dun tetraedro no que aristas opostas (aquelas que non comparten vértice) son de igual lonxitude.




Exemplo. A relación entre os catro enunciados, relativos a un números naturais. (i) *n* é un número par distinto de 0, (ii) *n* é suma de dous números impares, (iii) *n* é suma de dous números pares distintos de cero e (iv) *n* é suma de dous números pares, é a seguinte:




pois, se é certo (iii), entón tamén o é (iv), xa que toda suma de pares non nulos é suma de pares; se é certo (iv), tamén é certo (i), pois toda suma de dous pares é par ; … ; (iv) pode ser certo sen que o sexa (iii), exemplo 2 = 2 +0 non é suma de dous pares distintos de cero; … etc.

5.Sexan $p$ e $q$ números reais distintos tal que:

$$p = (4 - q)q$$
$$q = (4 - p)p$$

Calcular tódolos posibles valores de $p + q$.

6.¿Cantas listas de $n$ números se poden formar con 0's e 1's, contendo un número par de 1's?

¿Cantos rectángulos de $m \infty n$ números se poden formar con 0's e 1's, de modo que tódalas líñas horizontais conteñan un número par de 1's?

$$\begin{array}{c|c} \overline{\qquad n \qquad} & \\ \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & . & . & . & . & 1 \\ 0 & 1 & 1 & . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & 0 & . & . & . & . & 0 \end{matrix} & m \end{array}$$

¿En cantos destes rectángulos tódalas líñas verticais conteñen tamén un número par de 1's?