

# Álgebra Linear?

Felipe Gago Couso

Departamento de Álgebra. Facultade de Matemáticas  
fgago@usc.es

## INTRODUCCIÓN

Que o ensino en xeral, e o das matemáticas en particular, está a vivir un momento delicado é algo que non se lle escapa a ninguén interesado no tema. Un ambiente familiar en moitos casos demasiado dirixista e protector, unha sociedade impregnada polo visual e polo inmediato está levando á xuventude en xeral a non considera-lo esforzo como un medio *rentable* de mellorar en ningún dos aspectos da vida cotiá.

Centrándonos xa un pouco máis no ensino das matemáticas, en numerosas conversa con profesores de bacharelato e da última etapa da ESO, temos chegado a un diagnóstico común da situación, pero non temos acordo sobre as súas causas.

Os antigos programas de matemáticas do COU dos últimos anos presentaban o inconveniente da súa amplitude, o que dificultaba o poder cumprilos cun certo detalle. Froito disto e da presión exercida sobre os profesores polas PAAU, o resultado era que no mellor dos casos os alumnos entraban na Facultade cunhas lagoas importantes en temas concretos supostamente cubertos, así como un hábito xeneralizado de esquematizar os resultados teóricos e centrarse na repetición de *problemas tipo*.

Coa implantación xeneralizada da ESO, a situación empeorou nun dobre sentido. Por unha parte hai unha redución de feito do 50% no número de horas semanais adicadas ás matemáticas, pasando de 5 clases de unha hora á semana a 3 de cincuenta minutos no segundo ciclo da ESO. Pola outra, está o sistema de promoción automática en función da idade, que dá como resultado uns grupos absolutamente heteroxéneos e imposibles de facer progresar.

Para unha ciencia na que a aprendizaxe se fai por sucesivas aproximacións ós temas, construíndo en cada nivel novas relacións entre e sobre o xa aprendido, o resultado non pode ser outro que unha baixa considerable no nivel, tanto de coñecementos como de competencias, mesmo nos alumnos supostamente máis motivados, os que chegan á Facultade de Matemáticas.

¿Que ten feito a Facultade de Matemáticas para atallar este problema?

Nunca faltará quen diga que algo máis se podía ter feito, ou que quizais un pouco antes, pero o certo é que se teñen dado pasos. Poida que o máis significativo sexan as sucesivas reformas dos seus planes de estudio. Certamente que a motivación inicial foi a de colocar en mellores condicións de saída ós seus licenciados, abrindo novos horizontes a través das diferentes orientacións curriculares, pero tamén, e anque só fose como consecuencia, se teñen rebaixado os contidos das materias, en especial as do primeiro ciclo.

Pero as titulacións superiores en xeral, e a Licenciatura en Matemáticas en particular, non poden consistir nunha mera exposición de temas que os alumnos aprenden e posteriormente repiten para seren avaliados. Teñen, ou deben ter, un valor formativo integral que capacite ós titulados para un exercicio independente e creativo da súa profesión final. Non son axeitados, polo tanto, uns métodos que denominariamos *de academia* nos que só importa o éxito inmediato, no que se compartimenta a adquisición de coñecementos sacrificando as súas multirelacións en aras a conseguir un resultado a moi curto prazo: superar un exame.

Ademais do cambio que ha de representar o xeito de estudar e aprender con relación ó bacharelato, os estudantes do primeiro curso atópanse cunha novidade engadida: a *estructuración dos estudos en cuatrimestres*. A idea inicial da tal ordenación, o facilita-la libre organización dos estudos por parte dos seus usuarios, tamén, como non, precisa dunha adaptación, e moitas veces esta leva máis dun cuatrimestre.

## A MATERIA

Pois ben, a materia de **Álgebra Linear e Multilinear** á que vai dirixida esta experiencia é unha materia troncal do primeiro cuatrimestre da Licenciatura en Matemáticas.

Na ata hoxe derradeira reforma de plan de estudos quedou configurada como unha materia de 7.5 créditos + 1.5 crédito de actividade discente non presencial. A Comisión delegada da Xunta de Facultade que elaborou esta reforma, conferiulle un papel importante, xa que dictaminou que nela se impartisen os coñecementos básicos indispensables sobre a linguaxe e o razoamento matemático, a cambio de relegar algún dos temas máis característicos da álgebra linear a outras materias do segundo cuatrimestre.

O programa aprobado polo Consello do Departamento de Álgebra, encargado da súa docencia, está composto polos seguintes temas:

### Capítulo 0 **Básicos da Teoría de Conxuntos, cardinalidade e divisibilidade.**

- Tema 1 **Introducción á teoría de conxuntos: operacións.**

- Tema 2 Relacións e aplicacións.
- Tema 3 Cardinalidade. Conxuntos infinitos.
- Tema 4 Operacións. Grupos, aneis, corpos.
- Tema 5 Divisibilidade.

### Capítulo 1 *Resolución de ecuacións lineares. Operacións con matrices.*

- Tema 6 Resolución de sistemas de ecuacións lineares; o método de Gauss.
  - Tema 7 Rango dunha matriz. Estructura das solucións dun sistema.
  - Tema 8 Aplicacións lineares de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  e operacións con matrices.
    - Tema 9 Inversa dunha aplicación e inversa dunha matriz.

### Capítulo 2 *Determinantes e as súas aplicacións.*

- Tema 10 Determinantes de orden 2 e 3.
- Tema 11 Definición xeneral de determinante: Propiedades
- Tema 12 Determinante dun produto de matrices. Cálculo de determinantes de orden  $n$ 
  - Tema 13 Inversa dunha matriz, regra de Cramer
- Tema 14 Rango dunha matriz. Resolución de sistemas compatibles indeterminados
  - Tema 15 Determinantes e permutacións.

### Capítulo 3 *Espacios vectoriais.*

- Tema 16 Definición de espacio vectorial: Exemplos.
- Tema 17 Base e dimensión dun espacio vectorial.
  - Tema 18 Cambio de base.
- Tema 19 Subespacios vectoriais. Intersección e suma de subespacios vectoriais.

### Capítulo 4 *Aplicacións entre espacios vectoriais.*

- Tema 20 Definición de aplicación linear. Exemplos.
- Tema 21 Matriz dunha aplicación linear. Operacións con aplicacións lineares.
  - Tema 22 Cambio de base para aplicacións lineares.
- Tema 23 Aplicacións lineares inxectivas e sobrexectivas. Rango e núcleo.
  - Tema 24 O espacio dual dun espacio vectorial.

### Capítulo 5 *O espacio afín.*

- Tema 25 Definición de espacio afín. Variedades lineares.
  - Tema 26 Sistemas de referencia.
    - Tema 27 Coordenadas.
  - Tema 28 Afinidades. Ecuacións dunha afinidade.

Gustaríanos sermos capaces de reproducir a sensación que debe de producir no estudante a vista dun tal programa, e poida que se aportamos máis datos, axudemos a recreala.

Por unha parte está a súa satisfacción persoal por ter acadado unha meta: o acceso á universidade. Ten feitas as súas valoracións (ou algún as fixo no seu lugar, pouco importa ó caso) e matricúlase nunha carreira con tradición: matemáticas.

Atrás a presión que representan as PAAU, no seu primeiro cuatrimestre hai pouca dispersión: só tres materias. Unha destas materias son uns rudimentos de informática, a outra é Introducción a Análise Matemática, e a terceira é... A terceira é esta de Álgebra Linear.

Vexamos, o nome non é estrano, digamos como Topoloxía, Espacios de Banach, Teoría de Galois, ou outros que aparecen na súa guía de estudos. Non. Xa ten estudiado álgebra linear!

Si. En efecto. Xa ten estudiado álgebra linear; non hai máis que mira-lo contido do primeiro bloque do seu programa de segundo de bacharelato

(recollido do sitio web da CIUG).

[http://www.cesga.es/ciug/grupostraballo/21/temas2\\_21.html](http://www.cesga.es/ciug/grupostraballo/21/temas2_21.html)

## BLOQUE I. ÁLGEBRA LINEAL

### 1. MATRICES

Definición de matriz de orden  $m \times n$ . Igualdad de matrices.

Tipos de matrices: fila, columna, rectangular, cuadrada, diagonal (conceptos de diagonal principal y secundaria), triangular, nula, identidad (o unidad), traspuesta, simétrica, antisimétrica.

Suma de matrices y producto por escalares. Propiedades.

Definición de productos de matrices según el convenio de filas por columnas.

Propiedades del producto de matrices

### 2. DETERMINANTE DE UNA MATRIZ CUADRADA

Definición de determinante. Propiedades. Cálculo de determinantes de órdenes 2 y 3 mediante la Regla de Sarrus.

Definiciones de menor complementario, adjunto de un elemento y matriz adjunta.

Desarrollo de un determinante de orden  $n$  por los elementos de una línea.

Propiedades de los determinantes.

### 3. APLICACIONES DE LOS DETERMINANTES

Rango de una matriz: Definición y cálculo. Propiedades. Obtención del rango de una matriz por el método de Gauss.

Definición de matriz inversa de una matriz cuadrada. Condición necesaria y suficiente para la existencia de la inversa. Propiedades de la matriz inversa.

Matrices regulares (o invertibles) y singulares (o no invertibles). Cálculo de la matriz inversa.

### 4. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Definición de ecuación lineal con  $n$  incógnitas. Definición de su solución.

Definición de un sistema de  $m$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas. Definición de su solución.

Sistemas homogéneos. Sistemas de ecuaciones equivalentes.

Forma matricial de un sistema.

Clasificación de los sistemas atendiendo al número de soluciones.

### 5. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Enunciado del teorema de Rouché-Frobenius.

Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Enunciado de la Regla de Cramer.

Discusión y resolución por el método de Gauss.

Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con un parámetro.

¿Quen no seu lugar non estaría a frega-las mans? ¡Xa viu a maioría do programa! e pódese concentrar nas outras dúas materias.

O obxectivo desta introducción non é entrar en detalles de tipo científico, senón máis ben pedagóxica, polo que non iremos polo miúdo a mostra-los antecedentes no bachareralato para os demais temas, que non se escapan a ningún familiarizado coa materia.

Faremos un a modo de resumo das características da poboación que recibimos, esbozaremos-los obxectivos que pretendemos conseguir coa materia e presentaremos-los nosa experiencia como ponte entre ambas dúas beiras.

## OS ESTUDIANTES

Xoves, a maioría imbuídos nos valores dominantes da sociedade na que vivimos, non sendo precisamente os máis desexables os representados nas audiencias da programación televisiva e demais cultura do visual..

Estudiantes en xeral dun sistema educativo ó que non se lle deu a oportunidade de mostra-la súa valía, se algunha, pola escasez de medios postos ó seu dispor.

Estudiantes que suman ás dificultades para adquirir un certo dominio da linguaxe ó longo do seu paso polas aulas as deficiencias na súa aproximación ás matemáticas polo xa apuntado de redución de horas, heteroxeneidade dos grupos e a conseguinte devaluación da situación para aprender.

Estudiantes que descoñecen por completo un dos valores distintivos das matemáticas como ciencia, a saber, o razoamento demostrativo. Neste sentido chamo a atención sobre o primeiro apartado do tema 5 da programación de segundo de BAC "*Enunciado* del teorema de Rouché-Frobenius", ou no segundo "*Enunciado* de la Regla de Camer" (Perdón por entrar en puntos tan específico, pero é que me parecen reveladores da situación dirixista e esquematizante que antes advertía que se estaba a producir no sistema educativo, chegando a este nivel as indicacións ó profesorado, en boa medida reclamadas por eles mesmos.

## OBXECTIVOS

Facilitarlle no posible a súa rápida adaptación á nova situación.

Darlle ademais dos coñecementos propios do programa da materia, un hábito mínimo de traballo independente e creativo que o capacite para continuar os seus estudos.

Darlle información sobre a historia da materia que lles axude a valorar canto traballo e esforzo se está a poñer ó seu dispor polos matemáticos que nos precederon

Darlle a posibilidade de aplicar dun xeito autónomo e en varios campos, outros que simplemente as matemáticas, algúns dos conceptos, notacións, técnicas ou ferramentas coas que aquí se atopan.

## DESCRIPCIÓN DO PROXECTO

O labor do profesor na aula segue a ser primordial. Sendo como é a matemática unha ciencia na que a aprendizaxe ten unha forte compoñente de imitación, non parece que teñamos un substituto para levar a cabo este cometido do profesor. Pero, precisamente porque isto é algo específico e insubstituíble, debemos tomar medidas para podermos adicar máis tempo e esforzo a a elo.

En poucas materias como nas de matemáticas se presenta como máis estéril a tarefa de dictar uns apuntes que, no mellor dos casos, algúns estudiantes repetirán nun exame e que todos esquecerán irremisiblemente e irrecuperablemente despois. Polo tanto, a primeira medida foi, sacrificando nalgúns casos os gustos, preferencias e mesmo as rutinas persoais no tratamento de temas concretos, elixir un **libro de texto**, que se segue nas clases. A longo prazo, o peor dos libros é preferible ó mellor dos apuntes dictados na clase. Non cometerémo-lo erro de minusvaloralo papel das notas elaboradas por un mesmo á hora da aprendizaxe efectiva, pero tampouco deixaremos de insistir na parte de *longo prazo*, cando precisemos recordar isto ou aquilo, canto máis doado e completo é facelo nun libro.

Aquí entra en xogo a primeira das características que destacabamos na poboación que recibiamos: a excesiva tendencia ó visual e inmediato en detrimento de actividades como a lectura.

Utilizando unha das plataformas de ensino electrónico (a USC optou por WebCT), puxemos a andar un **curso virtual** en paralelo coas clases ordinarias, como complemento, antes que substituto.

Non imos agora pensar que con poñer en liña *uns apuntes*, con máis ou menos cores, resolverémo-lo problema dunha vez. De feito, nas máis de 1000 páxinas que compoñen o curso, sen conta-los máis de 350 debuxos (lembrar que para publicar matemáticas na web os símbolos han de ser incluídos como arquivos GIF dentro do código HTML), non figura ningunha con material que poida ser atopado tal cual no libro de texto. Polo tanto, non atoparemos *apuntes* entre os contidos deste curso virtual.

O ideal sempre sería darse unha volta polo propio curso, entrando na e-aula en <http://e-aula.usc.es>. No seu defecto, trataremos de dar unha descripción do mesmo e reproducimos aquí algúns dos enlaces a modo de exemplo. Comezamos coa pantalla principal:

## Algebra Linear e Multilinear



Nesta primeira páxina aparecen iconas con enlaces a outras páxinas agrupadas en bloques. Empezaremos coa **presentación**, que fai referencia ó curso virtual en si, só por se alguén aterra aquí dende o espacio exterior sen ter que facelo.

O segundo bloque de **contidos e materiais** inclúe unha páxina de **información** sobre que cabe esperar atopar dentro destas páxinas (queremos destacar que para nós é especialmente importante o respecto polo tempo dos demais, polo que cada bloque de material vai acompañada por unha destas páxinas de *información rápida*).

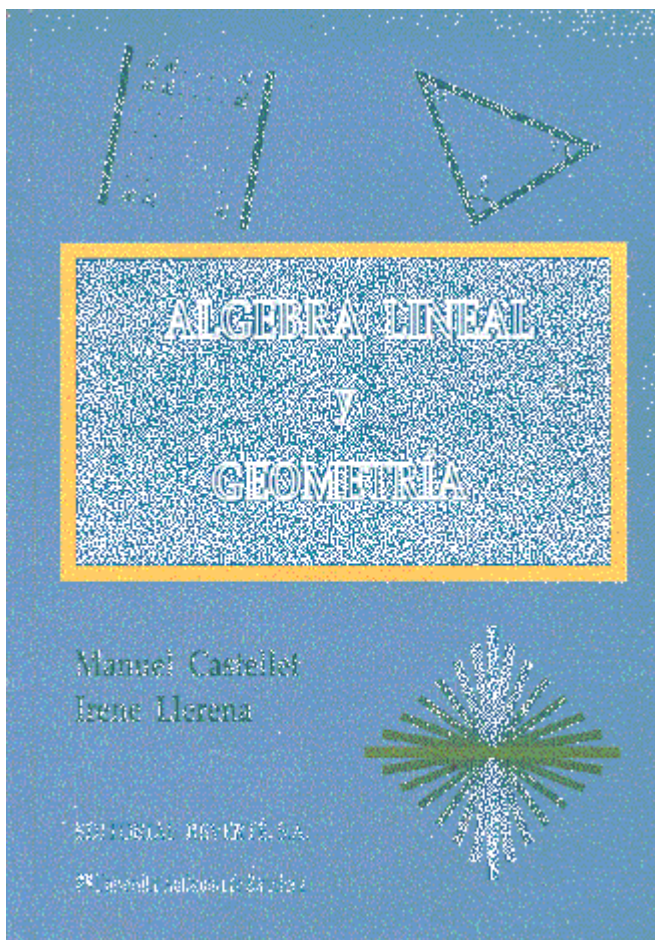
A **panorámica** trata de ofrecer unha idem sobre o curso completo, empezando pola materia en si. Nela recóllense dende os horarios de titorías e o modo de localizar ós profesores e ós monitores, ata consideracións sobre os [principios da aprendizaxe da matemática](#), pasando por multitude de campos nos que o que lle propoñemos aprender resulta de gran utilidade e aplicación, o programa da materia, os obxectivos e requisitos e a bibliografía básica e complementaria.

### Contidos e Materiais



Dentro dos **contidos do curso**, preparamos para cada un dos 5 capítulos unha páxina cunha descripci3n do que se tratará, con enlaces ós temas según se van citando e tamén a unha páxina de *bibliografía* complementaria para o mesmo.

Xa falamos da importancia que lle concedemos ós libros, así como dos nosos recelos sobre o pouco gusto que por eles senten unha boa parte dos estudantes. Pois ben, ademais dunha imaxe case a tamaño real da portada de cada libro, inclúense un mapa no que se identifica en que capítulo ou apartado do mesmo se trata cada unha das leccións do temario; todo por *captar a súa atención* minimizando no posible a desconfianza propia do descoñecido.



**Castellet, M.; Llerena, I.:  
Álgebra Lineal y  
Geometría.**

Ed. Reverté, Barcelona, 1991.

É o libro recomendado para mirar a materia deste capítulo

programa	libro
Tema 25	Capítulo IX.1
	Capítulo IX.2
Tema 26	Capítulo IX.2
	Capítulo IX.3
	Capítulo IX.4
	Capítulo IX.5
Tema 27	Capítulo IX.8
Tema 28	Capítulo X.1
	Capítulo X.2
	Capítulo X.3

Para cada un dos 28 temas nos que se desenvolve o temario elaborouse unha **introducción histórica**, unha relación de **obxectivos específicos**, unha relación cos **requisitos** así como un relación de **resultados importantes**.

[\(ver un exemplo\)](#)

A introducción histórica parécenos de xustiza para todos aqueles que fixeron que as cousas se puxesen a andar e puidesen chegar ata onde as atopamos nós. En canto ós obxectivos, é unha información importantísima que debería posuír o estudante antes de enfrontarse a cada tema concreto e saber cara onde ten que dirixir os seus esforzos. Os prerequisites danlle información sobre que outras partes debería dominar con anterioridade para afrontar con garantías cada tema, e aproveitamos as ferramentas ó noso dispor para dirixilo rápidamente ós problemas con *enlaces* axeitados. Unha vez estudiado o tema, os **resultados importantes** sérvenlle como resumo do tratado e permitenlle localizar dun modo eficiente onde se trata cada un.

Naturalmente, non cabe agardar que tódolos estudantes lean todas e cada unhas das páxinas do curso, polo que para os máis cómodos, ou dispersos, ímos tendendo *trampas*, por aquí e por alá para conducirlos cara o que consideramos importante. Por exemplo, recopilamos tódalas páxinas cos resultados importantes nun *carrusel navegable*, sen necesidade de entrar en cada tema concreto e alí facer unha nova selección. Isto é o que aparece en **relación de obxectivos**, e outro tanto referente ós **resultados importantes**, que funciona como un cadro sinóptico do que trata o curso.

No cadro de **estudio** inclúense ferramentas propias da plataforma de ensino WebCT, con información que o sistema proporciona sobre as páxinas visitadas, as notas que vai acadando e demais. O mesmo aplica a **avaliación**, se ben aquí destacaremos o noso esforzo por proporcionarlles exercicios de **auto-comprobación**, sen repercusión en nota e ancompletamente anónimo, no que pode a través das preguntas e comentarios ás opcións que selecciona ir adquirindo unha idea do seu progreso. É tamén aquí onde se fan dispoñibles a medida que se van rematando os capítulos un **exame** individualizado que si repercute na nota do curso. Referirémonos a estes exames cando fagamos a valoración da experiencia no curso pasado.

Unha vez máis, o apartado de **comunicacións** está implementado na plataforma, contendo un **taboleiro de anuncios**, un xestor de **correo**-e interno para o curso, varios cuartos de **chat** e unha **pizarra** para poder dar notas en directo, ferramentas estas que son de uso para os *monitores*, dos que falaremos máis adiante. Quizais destacar que para cada un dos grupos de traballo, ós que me referirei de seguido, se crea un propio taboleiro de anuncios nos que poden deixar notas só visibles polos membros do grupo en custión.

A razón de ser dos **grupos de traballo** está no apartado dos **proxectos**. Comentamos ó comezo que, a noso xuízo, unha das tarefas centrais da educación superior é fomenta-la capacidade de adquirir e crear coñecemento dun xeito autónomo polos nosos estudantes. Referirémonos tamén

a importancia que lle dabamos a que, en cada materia concreta, os estudantes tivesen oportunidade de (re)coñecer-la importancia que tiña o seu obxecto de estudio para mellor poder valora-lo tempo adicado a estudialo.

Pois ben. Presentamos neste momento 13 proxectos entre os que os alumnos en grupos de catro, libremente asociados, han de escoller un para redactar un informe e posteriormente facer unha presentación diante da clase.

Sen intención de pormenoriza-lo contido de cada tema, non nos resistimos a enumeralos aquí para que se aprecie a súa heteroxeneidade:



## Proxectos de Algebra Linear

### Presentación

[Metodoloxia dos Proxectos](#)

[Avaliación dos Proxectos](#)

#### ▼ Relación de Proxectos

#1. Criptografía

#2. Teoría de Control Linear

#3. Redes de ordenadores e grafos

#4. Modelo Armamentístico de Richardson

#5. Cuotas de Mercado na Industria do Automóbil

#6. Industria Petroléira

#7. [Dinámica da Poboación Urbana](#)

#8. Linguaxes de Programación

#9. Cálculo de Armaduras

#10. Fluxo de Enerxía nun Ecosistema

#11. Codigos Correctores de Erros

#12. Relacións de Recurrencia Linear

#13. CAD na Industria do Automóbil

#14. Construcións con regra e compás

#### ▼ Coñecementos Previos

Introducción a Criptoloxía

Introducción a teoría de grafos

Análise de Markov

[O modelo matricial de Leslie](#)

armaduras para pontes

Cálculo do valor propio dominante dunha matriz

Codigos lineares

Sinais en Tempo Discreto

Modelos de Entrada-Saída

Comentar somentes que todo o que ten que ver con estes proxectos, incluído a adquisición nalgúns casos de unha mínima cantidade de coñecementos **previos**, está circunscrita ó curso virtual, non se respondendo ningunha custión relacionada cos mesmos fóra de aquí. O feito de ter que traballar en grupos permite saca-lo mellor de cada un deles á hora de enfrontarse a unha experiencia novedosa, tanto polo tema en si, como polo tipo de resposta que ten que producir, non estrictamente matemáticas.

A maioría dos proxectos tratan sobre datos reais, como o que analiza a poboación de Santiago, e requiren con frecuencia cálculos laboriosos. Por outra parte, ademais de aprender certos algoritmos e técnicas ó longo do curso, parécenos interesante que poidan aplica-los seus coñecementos para simular situacións algo máis complicadas, ou nas sinxelas, confirma-los datos obtidos manualmente.

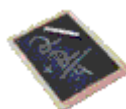
Pois ben, no **obradoiro** recollemos unhas cantas ferramentas programadas en Java que lle permiten realizar *cálculos en línea*, como resolver sistemas de ecuacións ou operacións con matrices. De novo, aproveitando o tirón do ordenador e a novidade da inmediatez dos resultados, facilitamos o seu achegamento ós conceptos e ás súas aplicacións sen o tedio dos cálculos repetitivos.



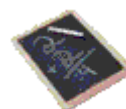
## Obradoiro de Algebra Linear



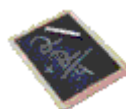
Información



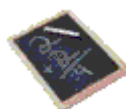
Potencias de matrices



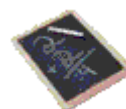
Markov



sistemas 3x3



matrices 3x3



Gauss - Jordan



aritmetica modular



cifrador de mensaxes



Xeometria Dinámica

Na línea de que o curso é un complemento e non un sucedáneo das clases presenciais, recollemos nos [imprescindibles](#) unha relación de temas da súa formación anterior que se supón que coñece ou que está en condicións de aprender por si mesmo, con indicación dos contidos e exercicios de auto-comprobación nos que se fan comentarios ás distintas opcións que vai escollendo

Naturalmente, de pouco axuda que a un lle sinalen sen máis o que non sabe; por iso temos preparado unha especie de resumos de auto-aprendizaxe para que palíe as súas deficiencias

Se unha vez mirados estes imprescindibles, advertirse que necesita algo máis, sempre pode para os temas centrais mirar nos [apuntes](#), que non son outra cousa que mini-cursiños de autoaprendizaxe con teoría e exercicios de autocomprobación, nos que se fixa a linguaxe e homoxeneizan coñecementos e destrezas.

Pouco hai que comentar dos [exames atrasados](#). Quizais reafirma-la necesidade de que os estudantes saiban das diferentes maneiras de preguntar as cousas, de ahí estas páxinas, e comentar que optamos por presentar, mediante enlaces, respostas ás preguntas e resolución dos problemas, pero non directamente, senón dun xeito progresivo, no que cada un pode pararse cando a cantidade de explicacións lle sexan abondo.

Rematámo-la nosa descripción dos materiais facendo o que queremos que fagan os usuarios deste curso, que é pasar polo **patio de recreo**. Aproveitando as posibilidades que ofrecen os medios técnicos ó noso dispor, presentamos unha serie de xogos e pasatempos nos que se relaxar despois de (algunhas veces, en vez de) traballar.



## Patio de Recreo



Información



O Cubo de Rubik



[O Xogo das Luces](#)



O Xogo do 15



Cadrados Mágicos



Os 4 Viaxeiros



Aínda con este risco, creo que merece a pena facilitarlles este tipo de distraccións. Sempre cabe a esperanza de que algunha vez vaian premer no botón de *comentarios de matemáticas*, e alí teremos oportunidade de lle mostrar como o que están a aprender lles é de utilidade para entendelo xogo e, sobre todo, como propoñer/crear xogos similares.

## A EXPERIENCIA DO CURSO 2002-2003

Este curso virtual estivo a funcionar xa durante o curso 2002-2003. A nosa valoración é altamente positiva, e foi isto o que nos animou a introducir novos contidos e outras novidades para esta nova andaina.

Debido ó retraso nas listas de clase, o proceso de posta en marcha do curso non tivo lugar ata case finais de outubro, polo que tiveron menos tempo para familiarizarse con el. Explicouse na aula de informática o funcionamento do curso e recordáronse na clase eventos importantes, como as datas límite para a formación dos grupos, para evitar descolgados por non teren entrado no curso.

Estableceuse que a puntuación da materia consistiría nun 85% procedente do exame final e un 15% procedente das actividades do curso virtual, o que se mantén para o presente curso académico.

Á súa vez, a puntuación (idéntica para tódolos integrantes do grupo) acadado no *proxecto* contaría o dobre que a de cada un dos cinco exames en-liña que fixo cada alumno. Trátase dun reparto como podería ser calquera outro, pero entendemos que o tempo investido no proxecto debe ser valorado e que, ó ser por grupo, este peso non pode ser demasiado para evitar aberracións. Por outra parte, téñase en conta que os exames virtuais están pensados máis como útil de aprendizaxe que de verdadeira avaliación. Por unha parte, para ser de corrección automática e devolver ó momento comentarios sobre as respostas dadas, hai que recurrir a exames de resposta múltiple, ou como moito de resposta curta (pechada), o que impide valorar xustamente unha das maiores deficiencias constatadas, a saber, a capacidade de expresión, xa non só matemática. Por outra parte, como todo método de exame, está suxeto a copia, e máxime cando optamos por dar flexibilidade horaria para realizalos. É certo que se produciron copias entre eles, mesmo exames feitos *ó alimón*, (a nós quédanos rexistro do momento de inicio e o tempo investido en cada unha das respostas) pero por unha minoría que non desexa aproveitar esta ferramenta para o aprendizaxe non pensamos que haxa que eliminala.

Para evitar situacións de privilexio por parte dos que teñen acceso a internet nos seus domicilios ou residencias, para a realización dos exames sempre se deron períodos de varios días e reserváronse as aulas de informática durante unha hora.

As cualificacións obtidas polos estudantes nos sucesivos exames foron máis que aceptables, non sendo do mesmo tipo os resultados finais. A análise que fixemos deste feito revela algo que xa sospeitabamos. Por unha parte, este tipo de controles é máis parecido ó que veñen acostumados do bacharelato, con preguntas concretas referidas a temas concretos, sen necesidade dunha ubicación do contexto, que é do que máis lles costa. Pola outra, está o feito de que, aínda coñecendo a resposta, á hora de escribirla, cometen erros que a fan inservible, cousa que non sucede se teñen que optar por unha de entre varias opcións.

Na clase sinálanse estes extremos, e aproveitando a presenza dos *monitores* (estudantes de segundo ciclo que colaboran na atención ós matriculados na materia), pídeselles de xeito voluntario que entreguen as respostas a preguntas ou resultados plantexados na aula sen pasar polas nosas mans. Unha vez máis optamos por falcitar ó máximo a integración de tódolos estudantes, proporcionando vías de contrastar privadamente o seu progreso.

Sen dúbida animados polo seguemento de cerca feito da súa aprendizaxe, conseguimos un índice de presentados ó exame final do 94%, dos que aprobou un 53%. Pensamos que non procede establecer comparacións cos anos anteriores baseadas só nunha materia, pois o curso pasado foi a entrada xeneralizada de estudantes procedentes da LOXSE, e só unha infima parte de COU, coas diferencias apuntadas na introducción.

Con todo, consideramos un éxito total o elevado índice de presentados, o que parece apuntar a que se consegue mante-la atención na materia ó longo do curso.

Xa para rematar, agradecer ós meus compañeiros do Departamento de Álgebra, en especial a Pura López, a José Manuel Fernández Vilaboa e a Manuel Ladra González polo seu ánimo e a súa colaboración.