VICENTE VÁZQUEZ QUEIPO: 200 ANIVERSARIO

Manolo R. Bermejo
Universidade de Santiago de Compostela
Paulino Estévez
I.E.S. Rosalía de Castro e

"…coa reducción do traballo de varios meses a uns poucos días, o invento dos logaritmos parece ter duplicado a vida dos astrónomos" (Laplace 1749-1827)

INTRODUCCIÓN

España é un país sin conciencia da súa Ciencia. Sen dúbida algunha este feito é consecuencia da mala educación da nosa sociedade. Unha educación onde a formación é humanística, básicamente conduce a que os educandos, futuros cidadáns, descoñezan as aportacións científicas do noso colectivo ó longo da historia.

Este ano 2004 é un ano de efemérides. No ano 1204 morreu o gran médico xudeo nado en Córdoba, Maimónides. No ano 1804 naceu un matemático insigne, celebrado en Francia pero pouco considerado en España: Vicente Vázquez Queipo.

Utilizando como pretexto a figura de Vázquez Queipo, queremos lembrar, a cantos profesores lean este traballo, a transcendencia que ten, na aula, facerlle ver ós nosos alumnos as contribucións dos científicos que fixeron a historia da nosa Ciencia. Poda que o nome de Vázquez Queipo non vos diga moito ata que vos lembremos que é o autor das Táboas de Logaritmos que utilizábamos cando eramos novos. As Táboas de Logaritmos máis famosas das publicadas e, sen dúbida algunha, o libro con máis edicións e exemplares vendidos da historia da Ciencia española.

A SÚA VIDA

Nace o noso matemático o 17 de Febreiro do ano 1804 en Samos, máis concretamente no pazo de Lusío construido polos seus devanceiros López Vázquez de Vilamexe e Leonor Alfonso de Balboa.

Vázquez Queipo nace nunha familia acomodada e con fondas raigames políticas. É neto do conde de Toreno por vía materna e dos Vázquez de Lusío por vía paterna. Escomezou os seus estudios na casa familiar e axiña se desprazou a estudiar cos xesuitas de Monforte de Lemos no famoso colexio do Cardenal. No ano 1820 ingresou na Universidade de Valladolid.

Nesta Universidade matricúlase en Dereito e cursa como complementarias Matemáticas e Ciencias experimentais. A súa capacidade de sistematizar e ordear o coñecemento, a súa inclinación á realización de razoamentos lóxicos atopou lugar axeitado no mundo das matemáticas e da física. Vázquez era un lector empedernido (todo canto atopaba para leer lle interesaba) e, ademáis, era tremendamente curioso no seu saber (quería atopar respostas a todas cantas preguntas lle suxerían as súas lecturas); todas estas aptitudes, xunguidas á súa natural intelixencia determinaron a súa primeira gran inclinación: ser profesor de Universidade.

O carácter do famoso matemático é fondamente introvertido. O xoven profesor non fai vida social, é moi selectivo nas súas relacións, non ten moitos amigos nunha universidade ancorada na ilustración, non se atopa cómodo co carácter da xente da cidade.... Decide cambiar de aires e saír ó estranxeiro para se formar máis profundamente.

Vicente Vázquez Queipo

No ano 1829 múdase a París para completar a súa formación nunha das “Ecoles Politechniques” francesas: A Escola Central das Artes e das Manufacturas. Neste centro formarase durante 3 cursos. No verán do ano 1832 considera rematada a súa formación intelectual e decide voltar a España e, dacordo coa súa familia, instálase en Madrid.

Vázquez estaba emparentado cós Queipo de Llano. Jose María Queipo de Llano e Ruiz de Saraiva, VII conde de Toreno, era tío seu.

As relacións que os Toreno teñen en Madrid, xunguido á súa profunda formación intelectual no campo da economía e o mercado internacional, determina que sexa contratado polo Ministerio da Gobernación coa intención de o enviar a Cuba.

A principios do ano 1833 vai destinado a Cuba como Fiscal de Facenda. Na illa antillana ía ficar ata o ano 1846 no que volta a Madrid coma diputado en Cortes. Dende esta época e durante máis de 20 anos vaise adicar profundamente á política.

O que máis caracterizarou a Queipo foi a súa convicción monárquica, e máis aínda, a súa fe na figura de Isabel II. A súa fidelidade a Isabel, e á súa monarquía, determinou que adicase os máis interesantes anos da súa vida intelectual á política. Compre resaltar que, alí onde actuou políticamente, tentou aplicar os seus coñecementos científicos: Tanto cando foi director xeral do ministerio do Ultramar, como cando foi subsecretario da Gobernación, e sempre no seu posto de diputado en Cortes.

Os seus biógrafos sinalan que abandonou a política cansado das actuacións dos políticos: Narváez, Bravo Murillo, O'Donnell, Espartero...etc. uns amigos e outros enemigos conviviron con Queipo nas cortes e na política. A realidade da vida de Queipo e que abandonou a vida política cando Isabel II saiu de España.

Vázquez Queipo abandonou a política e adicou o resto da súa vida ó traballo e á producción intelectual.

Ó longo de toda a súa vida foi dando conta, tanto nos seus escritos e estudios, coma nas súas publicacións da súa formación intelectual. Nin sequera na súa etapa política deixou de realizar ensayos e de publicar as súas opinións: incluso cando non eran "políticamente correctas". Máis nestes 20 anos de intensa vida política non poido publicar todo canto quería, pero si foi almacenando apuntes, datos e informes agardando a ter tempo para retomalos, reelaboralos e publicalos. Este momento chegou cando abandonou a política.

Dende o ano 1868 ata a súa morte, adicouse a explotar todo canto coñecemento tiña adquirido. Nos últimos 25 anos da súa vida adicouse a aquelo para o que se estivera formando: atesourar datos e coñecementos, sistematizalos e publicalos para que poideran servir á sociedade.

Morre o 11 de marzo do ano 1893 á idade de 89 anos.

A SÚA OBRA

A obra Queipo é unha consecuencia dos avatares da súa vida. A etapa de compromiso político foi unha etapa de parcial sequía intelectual e a súa máxima productividade científica coincideu coa súa época de madurez. Cando se atopa desilusionado polos avatares políticos da España decimonónica, é cando desenvolve toda a súa capacidade intelectual dirixida ó mundo das matemáticas.

A pesares dos seus avatares de saúde e da súa adicación á política, Vázquez Queipo, endexamais deixou a súa adicación á ciencia. Mesmo nos momentos en que máis estaba implicado en política, tomaba notas e facía esquemas para cando, tendo tempo, pudiera adicarse a escribir e divulgar todo canto sabía de Ciencias. Parte da súa obra é de tipo política e, desta, non entraremos en maior detalle, pero sí a sinalaremos.

- **Obra política**: Como bon liberal que era, non podía adicarse á política senón era deixando a súa impronta de ilustrado e utilizando o seu saber e coñecemento racionalista para tentar de resolver problemas políticos.

a) *Traballos sobre a escravitude.*

b) *A crise monetaria de España, nas súas causas, nos seus efectos e os seus remedios.*

- **Obras científicas**. Foron numerosas e algunhas de fonda importancia.

a) *"Enxenio mecánico para medir distancias"* (Ano 1826). Sendo moi novo, cando contaba 22 anos e era profesor de Física experimental na Universidade de Valladolid, ideou un interesante aparello que servía para medir distancias.

b) *"Ensaio sobre o sistema métrico e monetario"* (Ano 1859). Este enorme traballo foi froito dunha vida de investigación. Escomenzouno a escribir no ano 1835 cando foi pensionado polo Goberno para facer un proxecto de lei da reforma do sistema métrico e monetario.

Este traballo, realizado coa presa dun Proxecto de Lei, despertou nel a curiosidade de saber o por qué da variedade de medidas e moedas presentes na España ó longo da historia. Durante 25 anos adicouse a recoller información, no tempo libre que tiña.

A investigación realizouna nunha dupla dirección: dunha banda as orixes do sistema monetario e doutra o sistema de medidas.

Durante 25 anos adicouse a ir recollendo feitos concretos tirados da historia dos pobos, medidas de: Exipto, Babilonia, Grecia, Roma,...etc. Comprobou como, os exipcios utilizaban dous codos: o real e o olímpico. Atopou, estudiando a Herodoto, que o codo exipcio xa o empregaran os babilonios. Constatou as relacións que había entre o codo citado no Talmud e o que usaban os románs; a semellanza entre as medidas cúbicas hebreas e gregas; ...etc.

O que escomenzou sendo un traballo por encargo para elabourar unha lei, transformouse nunha enorme investigación que deu lugar a 3 libros con título:

"*Essai sur les systemes metriques et monetáire des anciens peuples, depuis les premieres temps históriques Jusqu'à la fondu kalifat d'orient*" .

Este traballo ía levar un premio de numismática na Exposición Mundial de París do ano 1860.

c) "*Aritmética Superior Mercantil*" (ano 1886).

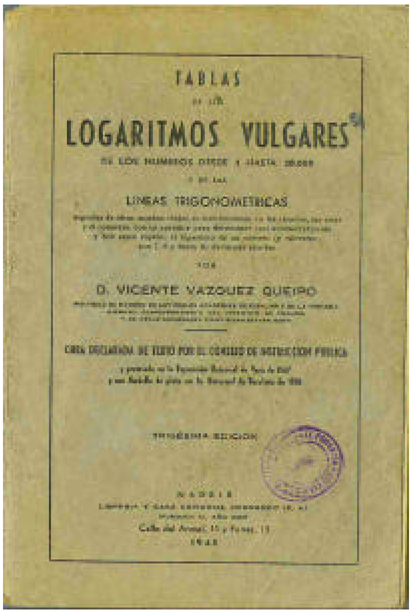
Este libro evidencia o afán didáctico de Vázquez Queipo. Estudia para saber, pero intenta que o seu coñecemento non se perda, senón que poda servir para os demáis. A Aritmética escríbena con máis de 80 anos porque se decata das deficiencias que tiñan os profesionais do sector e da inexistencia de libros que fixeran comprensivo o tratamento e a aplicación práctica do interese composto e das matemáticas financeiras.

Coma unha mostra máis da habilidade narrativa de Queipo no seu libro sinalemos que un dos problemas matemáticos máis complexos, ó tempo, no cálculo das anualidades no interese composto era a determinación da cuota do interese cando se coñece "tempo", "capital" e "renda". A razón da dificultade é doada: se trata de resolver unha ecuación de grao maior que 4. No tempo había propostas de solución, pero todas moi tediosas e, ás veces, pouco presisas. Vázquez ofrece no libro unha doada solución baseada nun método de tanteos sucesivos que, con 3 ou 4 intentos, permite aproximacións moi axeitadas.

"*Tablas de Logaritmos vulgares*" (ano 1855).

E a obra máis importante de Vázquez Queipo. Moitos de cantos esto leedes sodes deudores da utilización deste espléndido método de cálculo. Ata a década dos sesenta do pasado século, no que aparecen as primeiras reglas de cálculo e posteriormente as primeiras calculadoras, a realización de cálculos complicados se facía sempre votando man do cálculo logarítmico; utilizando as táboas de logaritmos de Vicente Vázquez Queipo.

Dende o ano 1859 ata 1962, ano da última edición que tiven nas miñas mans, máis de 60 edicións con centenares de miles de exemplares, son testemuña da importancia histórica desta obra científica.



Portada da trixésima edición do ano 1945

Vázquez Queipo sabía que a teoría dos logaritmos somentes era coñecida polos alumnos que estudiaban carreiras científicas, pero non polos estudiantes doutras carreiras e, de modo particular, os que se adicaban ó estudio do cálculo mercantil. Nese momento tomou a decisión de elabourar unhas táboas que puxeron o coñecemento do manexo dos logaritmos ó alcance de todo o vulgo "Logaritmos vulgares", de modo que coñecendo tan só as catro regras, os decimais e os quebrados, se poideran resolver os máis complicados problemas matemáticos.

As táboas de logaritmos son, en certo modo, consecuencia do seus traballos de investigación sobre o sistema métrico. Queipo decatouse que, dende as máis antigas civilizacións (Babilonia, Exipto, Grecia, Roma...) o home necesitou facer cálculos moi complicados para tentar de resolver os problemas máis variados: Dende pesos e medidas, para facer as pirámides e grandes construccións arquitectónicas ata cálculos complexos de hidráulica. Estes cálculos se foron facendo máis e máis complexos na medida en que as ciencias evolucionaban (astronomía, hidromecánica, neumática, electricidade, mecánica,...etc.).

A figura de Leonard Euler foi paradigmática na resolución deste complicados problemas de cálculo. No ano 1772 gañou un premio do goberno británico de 300 L por conseguir mellorar as táboas de navegación. Foi o creador do número "e" (número de Euler) de enormes avances no cálculo, do desarrollo da teoría de perturbacións...etc. e da utilización das series e progresións como axuda no cálculo.

Pero, ¿cal é a idea básica dos logaritmos? ¿cal é a súa relación coas series de números? ¿como se facían os cálculos antes da existencia de táboas de logaritmos?

Dase como data de invención dos logaritmos o ano 1614 ano no que John Napier publica *"Mirifici logarithmorum canonis descriptio"*. Gerolamo Cardano (1501-1576), médico, matemático e astrólogo italiano publica *Ars Magna* (1545) que marcou o inicio do periodo moderno da álxebra.Cara o ano 1500 Luca Pacioli escribía o primeiro tratado de contabilidade (1494), e o alemán Michael Stifel (1486-1567), traballa con exponentes fracionarios e con exponentes negativos.

Nesta época era necesario efectuar largos e tediosos cálculos para resolver problemas mercantiles e trigonométricos que, ademais, requerían de moita precisión. Viète utiliza as "regras de prostafairesis ou prostaferesis", e dicir, fórmulas para transformar productos de razóns trigonométricas en sumas ou diferencias. Deduce e utiliza fórmulas como: $\cos \alpha \ \cos \beta = ½ \ [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ e as similares que permitían, si se dispón de táboas de funcións trigonométricas, calcular un producto sin ter que realizar ningunha multiplicación. Hai que decir que na época xa existían táboas de funcións trigonométricas, con quince decimales.

Había, tamén, táboas dos "cuartos dos cuadrados dos números". Estas táboas utilizábanse para realizar o cálculo do producto de dous números, M e N, usando a fórmula:

$$M.N = \frac{(M+N)^2}{4} - \frac{(M-N)^2}{4}$$

Estas táboas seguíronse a usar despois de inventar os logaritmos, pois había quen prefería a exactitude da fórmula anterior á aproximación que se obtiña usando logaritmos. En Francia publicouse, aínda no ano 1856, unha *"Táboa dos cadrados de números do 1 ó 1000 millóns, coa axuda da cal calcúlase o producto exacto de números mediante un sistema sinxelo en extremo e máis cómodo que o de logaritmos. Compostas por Alejandro Cossa"*

...

Nembargantes, o avance máis grande nos séculos XVI e XVII, no campo da aritmética, foi a invención dos logaritmos atribuída a John Napier (1550-1617), escocés, Barón de Murchiston e que non era matemático profesional. Como queda dito, Napier publica en 1614 a obra *"Mirifici logarithmorum canonis descriptio"*, ainda que nos di que traballou durante vinte anos antes de publicar os resultados. Define o “logaritmo” de xeito xeométrico, non falando de base nin de exponentes.

A noción de progresión xeométrica remóntase ós exipcios e babilonios. Euclides, na Proposición 11 do libro IX, fai un enunciado xeral semellante a regra $a^m\ a^n = a^{m+n}$ para exponentes enteiros >0.

No siglo XIV, Nicolás de Oresme volve atopar esta regra e xurde a noción de exponente fraccionario >0.

Un siglo despois o francés Nicolás Chuquet introduce unha notación con exponentes para as potencias das incógnitas das ecuacións, emprega o exponente 0 e exponentes enteiros<0. Asi escribe 7^1, 7^2, 7^3, para $7x$, $7x^2$, $7x^3$; 7^0 para 7; e $7^{2\bar{m}}$ para 7^{-2}. Chuquet fai ver que si se constrúe unha táboa coas potencias de 2 con exponentes de 0 a 20, entón o producto das potencias corresponde a suma dos exponentes. Esta podería ser a primeira “táboa" de logaritmos en base 2.

O alemán Michael Stifel (1486-1567) establece a correspondencia entre as progresións aritméticas e as progresións xeométricas e traballa con exponentes negativos e fraccionarios. Publica en Nüremberg no 1544 a súa máis importante obra *“Arithmetica integra”*.

Idea básica de logaritmo

Para darnos idea de como foi o xérmolo dos logaritnos partimos dunha táboa como a seguinte, na que figuran os termos dunha progresión xeométrica de primeiro término 2 e de razón 2, na parte inferior, e na parte superior a progresión aritmética dos lugares que ocupan os termos correspondientes da xeométrica.

n	1	2	3	4	5	**6**	7	**8**	9	10	11	12	13	**14**	15
a_n	2	4	8	16	32	**64**	128	**256**	512	1024	2048	4096	8192	**16384**	32768

Usando esta táboa, para **multiplicar** dous número *que figuren* na progresión xeométrica, basta con **sumar** os lugares que ocupan e comprobar o número que lle corresponde á suma.

Para **dividir** dous números *que figuren* na progresión xeométrica non temos máis que **resta**r os lugares que ocupan o numerador e o denominador e mirar na táboa o número correspondente ó resultado da resta.

Para calcular unha **potencia** dun número *que figure* na progresión xeométrica, miramos o lugar que ocupa e facemos o **producto** deste número polo exponente. O número obtido é o lugar que ocupa o resultado da potencia.

Todo o anterior está moi ben, pero só nos permite facer operacións con números *que figuren* na progresión. Non podemos facer 126×78, xa que non están na táboa. Haberá que tentar contruir unha progresión xeométrica que teña "menos" ocos.

O suizo Jobst Bürgi (1552-1632) colleo unha progresión con primeiro termo 1 e razón igual a 1.0001, e calculou os sucesivos termos da progresión xeométrica. Os ocos son máis pequenos como podemos ver no seguinte cadro:

n	**1.0001^n**
0	1
1	1.000 **1**
2	1.000 **2** 000 **1**
3	1.000 **3** 000 **3** 000 **1**
4	1.000 **4** 000 **6** 000 **4** 000 **1**
5	1.000 **5** 00 **10** 00 **10** 000 **5** 000 **1**
6	1.000 **6** 00 **15** 00 **20** 00 **15** 000 **6** 000 **1**
7	1.000 **7** 00 **21** 00 **35** 00 **35** 00 **21** 000 **7** 000 **1**
8	1.000 **8** 00 **28** 00 **56** 00 **70** 00 **56** 00 **28** 000 **8** 000 **1**

Como era de esperar, a progresión medra moi lentamente. Na potencia octava estamos aínda moi lonxe de 2 e dos demáis números naturais, e parece difícil calcular unha potencia de 1.0001 de exponente un número elevado.

Sin embargo observamos que os números resaltados en negriñas son "algo coñecidos". Os números resaltados das columnas primeira, segunda,..., k-ésima correspóndense cós números combinatorios $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$,..., $\binom{n}{k}$ respectivamente. Para calcular, por exemplo, 1.0001^{60}, teriamos que ir poñendo: $\binom{60}{1}$, $\binom{60}{2}$, $\binom{60}{3}$,..., nas columnas primeira, segunda, terceira,...é dicir: 0060, 1770, 3 4220,...

Colocando de forma axeitada os resultados quedaría:

Col.				1				2				3				4				5				6				7				8				9
	0	0	6	**0**																																
					1	7	7	0																												
								3	4	2	2	0																								
											4	8	7	6	3	5																				
														5	4	6	1	5	1	2																
																	5	0	0	6	3	8	6	0												
																				3	8	6	2	0	6	9	2	0								
																							2	5	5	8	6	2	0	8	4	5				
																										1	4	7	8	3	1	4	2	6	6	0
1,	**0**	**0**	**6**	**0**	**1**	**7**	**7**	**3**	**4**	**2**	**6**	**8**	**8**	**1**	**8**	**1**	**6**	**5**	**2**	**2**	**2**	**5**	**0**	**6**	**2**	**9**	3	0	9	1	5	9	2	6	6	0

Calculamos $1{,}001^{60}$ con 26 cifras decimais (para ter 12 cifras decimais exactas, teríamos que ter calculado só ata cuarta columna). O traballo é laborioso, pero seríamos capaces de construir unha táboa de logaritmos en base 1.0001. O incremento, como queda dito, é moi lento -para obter 2 teríamos que facer 1.0001^{6931}, o 3 conseguiríase facendo 1.0001^{10986} e para chegar a alcanzar o 10 habería que calcular 1.0001^{23027}-, e dicir, na nosa linguaxe actual diríamos que o logaritmo de 2 en base 1.0001 valería 6931, e o logaritmo de 10 na base 1.0001 sería 23037. Vemos que os logaritmos son números demasiado grandes nesta base. Bürgui soluciona iste problema multiplicando os números, que chama "números negros", por 10^8 e os exponentes, que chama "números bermellos", por 10. Os números bermellos serían, en certo modo, os "logaritmos" dos números negros. Bürgui da para o número negro 10×10^8, o número bermello 230270.022.

Se en vez de tomar a base 1.0001, collemos como bases 1.0001^{10000} ou 1.00001^{100000} as táboa nas novas bases son fáciles de calcular a partir da anterior. Asi, se na base 1.0001 o logaritmo de 3 valía 10986.67 na base 1.0001^{10000} será 1.098667.

¿E si collemos $1.000001^{1000000}$ como base?, desde logo habería "menos" ocos ¿E si collemos $1.0000000001^{10000000000}$? ¿E si... ?

O que estamos a facer e considerar que $\left(1+\frac{1}{10000}\right)^{10000}$, $\left(1+\frac{1}{1000000}\right)^{1000000}$,... como posibles bases cada vez son máis axeitadas. Parece lóxico pensar que a mellor e máis "natural" das bases sería $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ = e, que dará lugar os logaritmos neperianos ou logaritmos "naturales".

CONSTRUCCIÓN DA TABÓA DE LOGARITMOS DECIMAIS.

O inglés Henry Briggs (1561-1639) publica, no ano 1624, unha táboa de logaritmos de base 10. Para facer os cálculos realizou raíces de distintos índices de 10.

Prog. aritmética	0/8	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	8/8
	0	0.125	0.250	0.375	0.500	0.625	0.750	0.875	1
Prog. xeométrica	$\sqrt[8]{10^0}$	$\sqrt[8]{10}$	$\sqrt[4]{10}$	$\sqrt[8]{10^3}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt[8]{10^5}$	$\sqrt[4]{10^3}$	$\sqrt[8]{10^7}$	$\sqrt[8]{10^8}$
	1	1.3335	1.7783	2.3714	3.1623	4.2170	5.6234	7.4989	10

Na fila superior temos a serie aritmética de diferencia 1/8 = 0.125, e abaixo a xeométrica de razón $10^{1/8} = \sqrt[8]{10}$. Si consideramos, como fixo Briggs, raíces de índice máis elevado os ocos na xeométrica serán máis pequenos.

Os números que figuran na progresión aritmética, son os logaritmos dos correspondentes da progresión xeométrica. Partindo dunha táboa semellante á anterior pódese estimar o logaritmo de calquera número N comprendido entre 1 e 10..Para elo, calculamos sucesivas medias xeométricas de números da progresión xeométrica, para tentar aproximarnos a N. Canto máis se aproxime a N a media xeométrica, a media aritmética dos logaritmos máis se aproximará a log N.

Briggs chegou, nas súas táboas, a calcular os resultados con 14 cifras decimales exactas.