FIRMA INVITADA

PANORAMA XERAL DA CIENCIA ÁRABE

MORENO CASTILLO, Ricardo
Instituto Gregorio Marañón
UNIVERSIDADE COMPLUTENSE - MADRID

LIMIAR

Na península de Arabia tivo lugar, a principios do século VII, un movemento relixioso no que se mesturaban vellas tradicións beduínas con certas correntes de pensamento que cuestionaban o politeísmo. O nome desta nova relixión foi Islam, que quere dicir "submisión a Deus". O profeta que a predicou foi Mahoma, e moi pouco sabemos sobre os seus primeiros anos. É habitual dar a data de 570 como a do seu nacemento, pero este dato procede de fontes de pouca fiabilidade. Sí sabemos que no 622 el e os seus primeiros seguidores tiveron dificultades na Meca e se refuxiaron en Yathrib, que dende aquela foi chamada Medina, a cidade do profeta. Esta fuxida chámase a Hégira, e marca o comezo da era musulmana. Mahoma morreu dez años máis tarde, despois de volver triunfante á Meca, e deixando unha Arabia unida política y relixiosamente.

O Islam é una relixión universalista. Desaparecido o profeta, os seus fieis consideraron un deber facelo chegar ós non árabes. Iníciase deste modo unha era de conquistas, e en pouco máis de cen anos formouse un imperio que se estendía dende os Perineos ata as fronteiras de China. A cultura dos pobos invadidos espertou o interese dos invasores, que a asimilaron e aprenderon, e despois a transmitiron e a ensinaron. Da India trouxeron o sistema de numeración posicional de base dez e as ecuacións alxébricas. O occidente europeo, apartado das súas raíces helénicas dende a división do imperio romano, recuperou gran parte do saber grego a través de traduccións árabes. Pero non só foron traductores, tamén foron creadores. Descubriron novos teoremas matemáticos, fixeron progresar a astronomía, e desenrolaron a álxebra hindú con métodos procedentes da xeometría grega. A ciencia árabe é un punto de encontro de distintas tradicións científicas, e este encontro foi extremadamente fecundo e fonte de resultados orixinais.

CENTROS DE DESENROLO DA CIENCIA ÁRABE

Mahoma non deixou nada disposto acerca da súa sucesión. Os catro primeiros califas (a palabra califa significa "sucesor", e designa a quen posúe a autoridade suprema do Islam, tanto política como relixiosa), os chamados califas lexítimos, foron escollidos entre os membros da súa familia. Mantiveron como capital a Medina, e conquistaron Siria, Persia, Exipto y el norte de África.

No 661 proclamouse califa Muawiya, gobernador de Siria, e con el comezou a dinastía Omeya. Siria mantiña relacións co imperio Bizantino e os Omeyas estaban relativamente helenizados. Organizaron a administración segundo modelos bizantinos, transformaron a sucesión do califato en hereditaria e estableceron a capital en Damasco. Durante o seu goberno chegaron polo occidente ata a península Ibérica (que os árabes chamaban al-Ándalus) e polo oriente ata a India. No ano 717 fracasou un intento de tomar Constantinopla, e quince años despois os exércitos árabes son derrotados polos de Carlos Martel. Acaba a época das grandes conquistas e o prestixio da dinastía decae.

No 749, Abu-Abbas, xefe da familia abbasí, derrocou á casa reinante e foi proclamado califa na cidade de Kufa. A súa primeira disposición foi organizar unha matanza sistemática de los Omeyas, da que tan só puido escapar Abderramán, neto do último califa, quen escapou a al-Ándalus. Alí fundou un emirato independente, dando así o primeiro paso cara á disgregación do imperio. O segundo califa abbasí, al-Mansur trasladou a capital a Bagdad, adoptou modais persas, nomeou funcionarios persas e, seguindo o exemplo dos persas (que no século V fundaran unha escola de medicina e astronomía en Jundishapur), amparou a científicos e traductores. Entre eles estaba o astrónomo Manka, procedente da India, quen se ocupou de traducir obras científicas hindús. O terceiro califa foi al-Mahdí, e o cuarto Harum al-Rashid, moi coñecido en occidente gracias a As mil e unha noites. Con el chega a época máis brillante do califato de Bagdad. Ordenou una recolleita de manuscritos gregos, e baixo o seu goberno foi traducida ó árabe gran parte da obra de Euclides. O seu fillo e sucesor, al-Mamún, fundou unha "Casa da Sabedoría", ó estilo da antiga biblioteca de Alexandría. Nela traballaron matemáticos da talla de al-Jwarizmi e alí foron traducidas obras de Ptolomeo, Euclides, Galeno, Hipócrates e Dioscórides.

No 833 morre al-Mamún e comeza unha lenta desmembración política do imperio coa proclamación de emiratos independentes. Esta desmembración íase converter en relixiosa ó formarse o Califato Fatimí, que englobaba os emiratos do norte de África, e o Califato Omeya de Córdoba. En Bagdad o poder foi pasando a mans de soldados turcos, que foran contratados como mercenarios, e que acabaron entronizando e depoñendo califas ó seu capricho. Algún estudiosos sentíronse incómodos baixo os turcos e emigraron. Uns, como al-Biruni, á India musulmana e outros, a maioría, ó Cairo, onde había una "Casa do Saber", fundadas polo califa fatimí al-Hakín. Ata alí chegou, entre outros, Alhacén, célebre polos seus traballos de óptica. En esta época tamén Córdoba, a capital del califato Omeya, foi un centro cultural e científico importante.

No 1055, outra tribo de turcos, os selyúcidas, tomou Bagdad.Os mandaba Tugril Bey, quen mantivo ó califa como figura decorativa e tomou para si mesmo o título de sultán. Morreu en 1063, e foi sucedido polo seu sobriño Alp Arslán, ó cal lle sucedeu en 1072 o seu fillo Malik Sha. Os tres foron capaces gobernantes, e baixo ós selyúcidas floreceron as artes e as ciencias. Deste época é o poeta e matemático Omar Jayyam.

Mentres, un novo poder procedente das estepas de Asia central ameazaba a estabilidade do Islam. Un caudillo nómada, chamado Gengis Khan, conseguiu unificar as tribos de Mongolia e crear un inmenso imperio. Os mongois conquistaron China, e fundaron en Pekín un observatorio astronómico, que puxeron en mans de musulmáns occidentais e chinos nativos. Polo oeste chegaron ata Persia. Hulagu Khan, neto de Gengis Khan, saqueou Bagdad en 1258 e deu morte ó califa. Así acabou a dinastía Abbasí. Hulagu Khan fixo edificar un observatorio en Azerbaixán, que quedou baixo a dirección de seu visir Nasir al-Din al-Tusi, quen era ademais un matemático competente, e alí chegaron científicos de lugares tan distantes como China ou España. O último centro de ciencia tártara apareceu en 1420, cando un neto de Tamerlán fundou un observatorio en Samarcanda. Nel traballou al-Kasi, autor de A chave da aritmética. A partir da súa morte, ó redor do 1436, o mundo islámico perde interese para o historiador da ciencia.

TRANSMISIÓN DA CIENCIA ÁRABE A OCCIDENTE

España foi o máis importante lugar de contacto entre a culturas dos árabes e a dos cristiáns. Una parte dos seus habitantes, entre os mozárabes (cristiáns asimilados polos musulmáns) e os mudéxares (musulmáns asimilados polos cristiáns), era bilingüe, y algúns xudeus eran trilingües. En 1085 o rei Alfonso VI toma Toledo y leva a fronteira ata o río Taxo. Baixo o arcebispo Raimundo fundouse alí unha escola de traductores, onde acudiron sabios de toda Europa desexosos de aprender a ciencia árabe. Entre eles, Xerardo de Cremona, Roberto de Chester e Xan de Sevilla.

Sicilia foi outro lugar de encontro do saber musulmán con Europa. En 1091 pasou ó poder cristián despois de cento trinta anos de dominio árabe. Gracias á iniciativa do emperador de Alemaña Federico II (señor de Sicilia por parte da súa nai Constanza) foron traducidas as obras biolóxicas de Aristóteles e unha grande parte da alquimia musulmana.

JABIR B. JAYYAM: UN ALQUIMISTA NA CORTE DE HARUM AL.-RASID

Como representante da alquimia musulmana, pódese falar de Jabir b. Jayyam, contemporáneo de Harum al.-Rasid, quen matiza e mellora a teoría dos catro elementos creada por Empédocles e transmitida por Aristóteles. Considera que hai uns compostos de primeiro grao, quente, frío, húmido e seco, que están formados por calidades elementais, calor, frío, humidade e sequidade respectivamente, xunto coa substancia. A combinación destes compostos de primeiro grao dan lugar ós catro elementos. Deste modo, o lume é o quente máis o seco, o aire o quente máis o húmido, a auga o frío máis o húmido, e a terra o frío máis o seco. As especies minerais posúen unha natureza interna e outra externa, formadas polas distintas calidades (por exemplo, a natureza interna do ouro é seco máis frío, e a externa quente máis húmido, e para o chumbo é ó revés). Segundo as distintas combinacións, divídense en tres grupos: os espíritos (o azufre e o arsénico), os metais (ouro, prata, mercurio, chumbo, estaño, ferro e cobre) es os non maleables.

Moitas palabras de uso corrente proceden da alquimia árabe. Kitranun (palabra derivada do verbo katara, que quere dicir gotear), significa resina, e desembocou en alquitrán. De xaraba, beber, temos xarabe, e de khul, po de antimonio, temos alcohol. Do verbo kasara, romper, procede iksiron, pedra filosofal, e de aí ven elixir. A nosa palabra alcanfor descende de kafuron, perfume, e os nomes do azufre, zafiro e azafrán, de sufraton, marelo. A palabra sabiron, que significa zume amargo, é a antepasada de acibar. A etimoloxía da palabra alquimia é incerta. Segundo Plutarco, procede de khemia, negro en grego, e entón a alquimia sería a ciencia da Terra Negra (así chamaban a Exipto en Grecia). Hai quen pensa que efectivamente ven de khemia, pero que se refire a negro como á materia orixinal da transmutación. Outros son do parecer que ven de kymeya, fusión, a operación fundamental da alquimia.

A ARITMÉTICA DE AL JWARIZMI

Pouco sabemos da vida de Mohammed ibn-Musa al-Jwarizmi, tan só que viviu aproximadamente entre los anos 780 e 850 e que foi membro da Casa da Sabedoría fundada por al-Mamún. Cinco das súas obras chegaron ata nos. Son tratados de aritmética, álxebra, astronomía, xeografía e o calendario. Hai noticias de outras, pero están perdidas. Da Aritmética sabemos por catro fontes. A primeira está na Biblioteca da Universidade de Cambridge, e é unha copia do século XIII dunha traducción latina que posiblemente é do século anterior. Algúns erros e engadidos fan pensar que non é unha traducción fiel, pero ignoramos se proceden do traductor ou do copista, o cal nin sequera terminou o seu traballo, porque o manuscrito se interrompe en medio dun exemplo sobre a multiplicación de fraccións. As outras fontes son obras inspiradas moi directamente na de al-Jwarizmi. Una delas é o Liber Algorismi de practica arismetrice, atribuida a Xan de Sevilla. A segunda é Alchorismi in artem astronomicam a magistri A. compositus. Non sabemos quen é o autor, pero a expresión "Magíster A." pode moi ben referirse ó erudito inglés Adelardo de Baht. A terceira é un tratado sobre aritmética hindú de al-Nasawi, un matemático do século XI pertencente ó grupo de Bagdad.

Despois de expoñer na súa aritmética o sistema de numeración posicional, explica al-Jwarizmi cómo nomear os grandes números usando os conceptos de unidade, decena, centena e millar. Utiliza como exemplo o número 1 180 703 051 492 863, que se ha de ler da maneira seguinte: Un mil de mil de mil de mil e de mil,e un cento de mil de mil de mil e de mil, e oitenta de mil de mil de mil e de mil,e setecentos de mil de mil e de mil, e tres mil de mil e de mil, cincuenta e uno de mil e de mil, e catrocentos mil, e noventa e dous mil, e oitocentos sesenta e tres.

A continuación, explica os métodos do cálculo. Os números aparecen nos exemplos con todas as súas letras, en números romanos, ou mesturando as dúas cousas. Despois comeza o capítulo das fraccións, anunciando que tratará máis tarde das raíces cadradas. Desgraciadamente, o manuscrito de Cambridge interrómpese antes de chegar a esta operación. Pero Xan de Sevilla, que si lles dedica un lugar importante na súa obra, informa que al-Jwarizmi ensinaba a extracción da raíz segundo o método hindú. No Liber Algorismi se describe tamén o cálculo aproximado de la raíz dun número N mediante unha transformación que hoxe escribiríamos deste modo:

$$\sqrt{N} = \frac{1}{10^k}\sqrt{10^{2k} N}$$

O procedemento será tanto máis exacto canto máis grande sexa k. O autor proporciona o seguinte exemplo, que da tres cifras decimais exactas:

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2000000}}{1000} = \frac{1414}{1000} = 1{,}414$$

Más adiante indica Xan de Sevilla esta outra regra:

$$\sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b} \cong a + \frac{b}{2a}$$

Esta fórmula (que é a mellor aproximación lineal de la función $f(x) = \sqrt{a^2 + x}$) foi moi popular durante a Idade Media, e se a es grande fronte a b, pode dar un valor aceptable, como o demostran os exemplos que veñen a continuación:

$$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1} \cong 3 + \frac{1}{6} = 3{,}1666\ldots \quad \sqrt{123} = \sqrt{11^2 + 2} \cong 11 + \frac{2}{22} = 11{,}0909\ldots$$

AS FRACCIÓNS ENTRE OS ÁRABES

Os matemáticos árabes distinguen varios xéneros de fraccións. En primeiro lugar, as "expresables" e as "inexpresables" ou "mudas". As primeiras as clasifica en tres grupos:

1. Fundamentais: $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}\right\}$

2. Repetidas das fundamentais: $\left\{\frac{n}{m} / 1 < n < m < 10\right\}$

3. Producto das fundamentais: $\left\{\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{q} \cdots \frac{1}{r} / 1 < p, q, \ldots r < 10\right\}$

Para a contabilidade e as finanzas, os habitantes do Próximo e Medio Oriente procuraban escribir todas as fraccións en función das expresables. Tiñan algunhas regras para poñer desta maneira unha fracción calquera, que só podían ser aproximadas cando a fracción era muda. Un, quizás o máis rudimentario, pero bastante usado polos escribas, consiste en sumar o mesmo número ó numerador e ó denominador da fracción:

$$\frac{3}{17} \cong \frac{3+1}{17+1} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Outro método consiste en buscar dúas fraccións expresables, una por debaixo e outra por enriba da fracción muda, e facer a media aritmética:

$$\frac{4}{19} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{4}{18}+\frac{4}{20}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$$

A ÁLXEBRA DE AL JWARIZMI

A Álxebra de al-Jwarizmi chegou ata nos en moi boas condicións. A Universidade de Oxford posúe unha copia árabe do século XIV, e hai dúas traduccións ó latín (das que existen moitos exemplares) feitas no século XII: unha realizada en 1145 polo inglés Robert de Chester e outra, algo posterior, do italiano Gerardo de Cremona.

O título do tratado é al-Mujtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala, e ten tres partes. Unha propiamente alxébrica, a única que aparece nas traduccións latinas, outra sobre algúns temas de xeometría, e a terceira sobre cuestións testamentarias. A palabra jabr quere dicir insertar, no sentido médico de colocar no seu lugar un membro dislocado. No contexto das ecuacións alxébricas significa transposición de termos: cando se elimina un sumando nun membro dunha ecuación, esta se ha de restaurar colocando dito sumando no outro membro co signo cambiado. De al-jabr procede a palabra álxebra, e ata hai pouco un alxebrista era o curandeiro que compoñía os osos. A palabra muqabala, literalmente "comparación", refírese á redución de termos semellantes. Deste modo, a ecuación: $2x^2+100-20x=58$ se transforma, por medio de al-jabr, na ecuación equivalente: $2x^2+100-58=20x$ a cal, mediante al-muqabala, redúcese a: $2x^2+42=20x$, que logo se simplifica dividindo por dous todos os sumandos de ambos membros.

Al-Jwarizmi no traballa con coeficientes negativos, nin admite solucións negativas, de modo que debe estudiar por separado distintas clases de ecuacións que hoxe non consideramos diferentes. Os seis primeiros capítulos da Álgebra tratan de cada unha das formas das ecuacións de primeiro e segundo grao, segundo estean colocados os números, a incógnita (que el chama a cousa) e o seu cadrado. Estas formas son as seguintes:

Cadrado da cousa igual á cousa *Cadrado da cousa igual a número*	$x^2 = bx$ $x^2 = c$
Cousa igual a número	$bx = c$
Cadrado da cousa máis cousa igual a número *Cadrado da cousa máis número igual á cousa*	$x^2 + bx = c$ $x^2 + c = bx$
Cadrado da cousa igual á cousa máis número	$x^2 = bx + c$

Cada caso o aborda mediante un procedemento distinto, utilizando construccións xeométricas inspiradas nos Elementos de Euclides (recén traducidos ó árabe por al-Hayyay, colega seu da Casa da Sabedoría). Deste modo converxe a álxebra hindú coa xeometría grega. Imos ver unha destas construccións. Al-Jwarizmi explica os seus métodos sabendo que teñen validez xeral, pero con exemplos numéricos concretos. Aquí o faremos cunha ecuación literal. Para resolver la ecuación $x^2 + bx = c$ debuxa un cadrado, e supón que a lonxitude do seu lado é igual á cousa. Despois prolonga cada uno dos lados en ambas direccións unha lonxitude igual a $b/4$, como se pode ver na figura 1. Desta maneira se forman catro cadrados nas esquinas do cadrado inicial (raiados no debuxo), un rectángulo en cada lado, e un cadrado final, reunión de todas as figuras mencionadas.

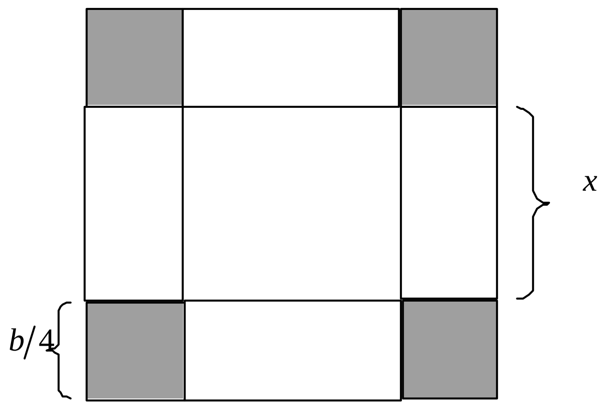

Figura 1

Sucede agora o seguinte:

$$\textit{Superficies dos cadrados das esquinas} = 4\left(\frac{b}{4}\right)^2$$

$$\textit{Cadrado central máis rectángulos} = x^2 + 4\left(\frac{b}{4}\right)x = c$$

Sumamos membro a membro ambas igualdades e chegamos a que:

$$\textit{Cadrado grande} = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2$$

Esta expresión pódese escribir desta outra maneira:

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2$$

dende a cal chegamos á célebre fórmula da ecuación de segundo grao:

$$x = \sqrt{c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

UN CIENTÍFICO DA CASA DO SABER DO CAIRO: ABU ALÍ AL. HASAN (ALHACÉN)

Abu Ali al-Hasan ibn al Hasan ibn al-Haytam, máis coñecido en occidente como Alhacén, viviu aproximadamente entre os anos 965 y 1039 e formou parte do grupo de científicos do Cairo. Foi un dos primeiros matemáticos árabes que abordou con éxito ecuacións de grao superior ó segundo, ó resolver xeometricamente unha de terceiro que, máis de mil douscentos años antes, propuxera Arquímedes na súa obra Sobre a esfera e o cilindro. O problema é o seguinte: partimos en dúas partes unha esfera de radio R mediante un plano que a corta a unha distancia $R - x$ do centro, como se pode ver na figura 2:

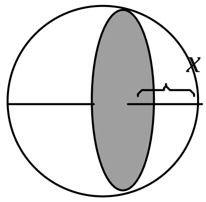

Figura 2

Os volumes de cada unha das partes son, respectivamente:

$$V=\pi\left(Rx^2-\frac{x^3}{3}\right) \qquad V^*=\pi\left(\frac{4}{3}R^3-Rx^2+\frac{x^3}{3}\right)$$

Trátase de calcular x de maneira que a relación entre ambos sexa un número m/n decidido de antemán. É fácil comprobar que x ha de ser raíz da ecuación:

$$x^3+\frac{4mR^3}{m+n}=3Rx^2$$

Na obra citada non se di como atopar a solución, pero segundo Eutocio (un comentarista bizantino de comezos do século VI), Arquímedes logrou resolvela xeometricamente cortando seccións cónicas. No século IX al-Mahani (matemático da escola de Bagdad) intentou sen éxito facelo alxebricamente. Alhacén deu con unha solución, seguindo un camiño parecido ó trazado por Arquímedes, axudándose dunha parábola e máis dunha hipérbola.

Nun un libro titulado Tesouros da óptica propón Alhacén un problema (que aínda no século XVII espertou o interese de Huygens e Barrow) que leva a unha ecuación de grao catro. Tamén a resolve mediante interseccións de cónicas. Consiste en localizar sobre un espello circular o punto no que se ten que reflectir un raio saído dun punto A para que incida nun punto B (ver figura 3). Sexa este o punto M.

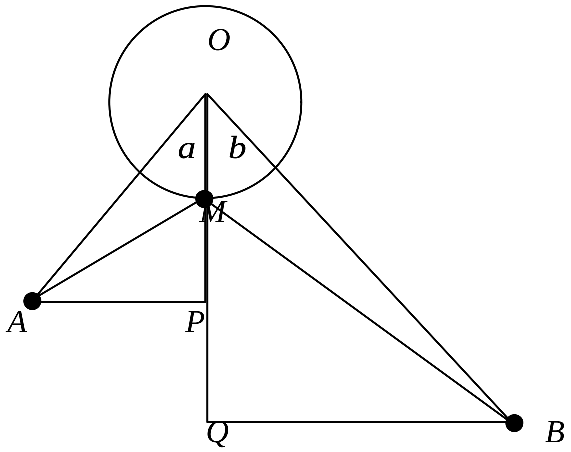

Figura 3

Se *r* é o radio do espello, $a = AO$, $b = BO$, α o ángulo AOM e β o ángulo BOM, temos o que ven a continuación:

$MP = a\cos\alpha - r$ $\quad MQ = b\cos\beta - r$ $\quad AP = a\,\mathrm{sen}\alpha$ $\quad BQ = a\,\mathrm{sen}\beta$

Agora ben, sabemos polas leis da reflexión que os triángulos rectángulos AMP y BMQ teñen un ángulo igual, en consecuencia son semellantes. Entonces:

$$\frac{a\cos\alpha - r}{a\,\mathrm{sen}\alpha} = \frac{b\cos\beta - r}{b\,\mathrm{sen}\beta}$$

Como o ángulo $\alpha + \beta = AOB$ é coñecido, o mesmo que a, b e r, a última igualdade conduce a una ecuación de grado catro.

AL-BIRUNI, UN NAMORADO DA CIENCIA HINDÚ

Naceu al-Biruni no ano 973 e morreu no 1048. Foi un dos sabios que máis fixo por difundir entre os árabes a cultura e a matemática hindú. Por exemplo, nunha obra titulada Sobre la regra de tres na India, explica cómo os hindús xeneralizaran esta regras, e estudia a proporcionalidade directa e indirecta. Tamén divulgou fórmula de Brahamagupta, que proporciona a superficie dun cadrilatero cíclico e que xeneraliza a fórmula de Herón.

Propúxose resolver o problema de inscribir en un círculo un polígono de nove lados. Se x es é o dobre da apotema, temos que (como se ve na figura 4).

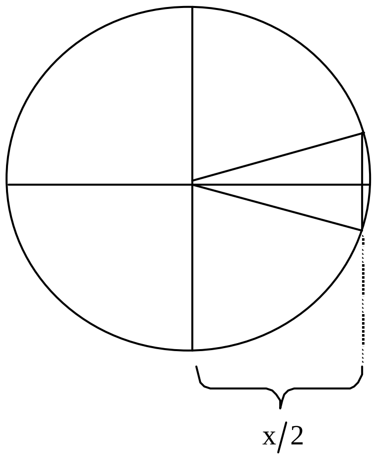

Figura 4

Na fórmula do coseno do ángulo triple: $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ poñemos en lugar de θ, e chegamos ó seguinte:

$$\frac{1}{2} = 4\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 3\frac{x}{2}$$

Eliminamos os denominadores e temos unha ecuación de terceiro grao, e da súa solución depende a do problema xeométrico:

$$x^3 - 3x - 1 = 0$$

Al-Biruni atopou unha raíz numérica dunha precisión que hoxe diríamos de seis cifras decimais.

OMAR JAYYAM

Pouco se sabe da vida de Omar Jayyam. Tan só que naceu a mediados do século XI en Nishapur (Persia), onde pasou case toda a súa vida, e que morreu no 1131. En 1074, cando xa era un famoso científico, foi chamado por Malik Sha para reformar o calendario.

Omar Jayyam é más coñecido en occidente como poeta, gracias as súas robaiat, unhas estrofas de catro versos de contido descrido e hedonista, e que lle crearon certas dificultades con algúns dos seus contemporáneos. Vaian como exemplo estas dúas:

Se estás borracho de viño, Jayyam, goza
Se estas cunha fermosa coma o tulipán, goza
Se todo neste mundo deixará de existir
Ti, supón que non existes, e xa que existes, goza.

Cando eu morra, espallade as miñas cinzas pola terra
Que lle sirva ós demais o meu estado de exemplo
Empapade co viño esta terra cos meus restos
E facede con este barro a tapa dun cántaro

Quen queira ler a colección completa das Robaiyyat pode atopala na Editorial Hiperión, nunha moi boa edición bilingue de Zara Behnam e Xesús Munárriz.

A obra fundamental de Jayyam é un Álxebra, escrita ó redor do 1074. Existen copias bastante antigas, de modo que é un tratado moi ben coñecido.

Nas ecuacións alxébricas de grao un, dous e tres considera Jayyam vintecinco formas distintas. Seis xa foran estudiadas polos alxebristas anteriores. Outras cinco son reducibles a estas. Quedan catorce, que no poden ser resoltas xeometricamente só coa axuda dos Elementos de Euclides, e precisan a utilización de cónicas. Como exemplo, veremos como fai coa ecuación $x^3 + bx = c$ (cubo da cousa máis cousa igual a número). Debuxamos un segmento h tal que $bh = c$, o que quere dicir a cuarta proporcional entre os segmentos de lonxitude b, 1 e c (a proposición 12 do libro VI dos Elementos explica como se fai esta construcción). Despois, debuxamos un segmento igual a $\sqrt{b}$, ou o que é o mesmo, a media proporcional entre 1 e b (proposición 13 do libro VI dos Elementos). Fabricamos agora unha parábola de vértice O e lado recto $OA = \sqrt{b}$, como se pode ver na figura 5 (para os puntos da parábola sempre sucede que $OX^2 = OA\,OY$ logo esta pode ser debuxada punto a punto mediante medias ou terceiras proporcionais) e un círculo de diámetro $OH = h$ e tanxente ó eixo da parábola no seu vértice.

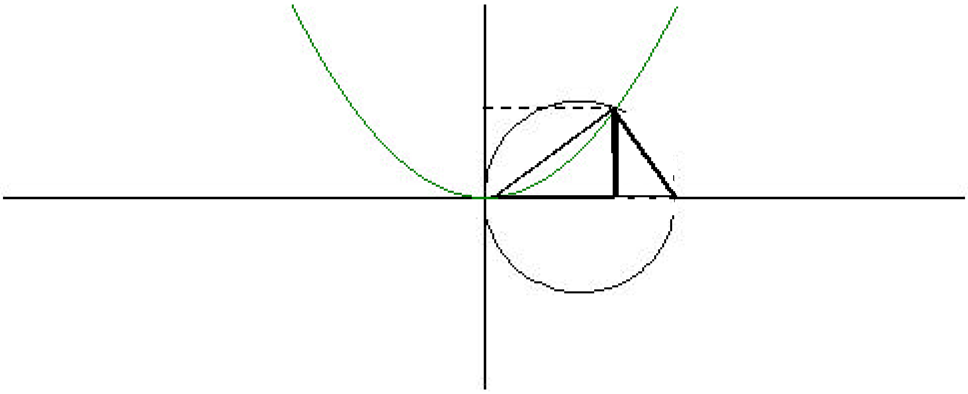

Figura 5

Ambas curvas se cortan en O e en outro punto P. Pola semellanza entre os triángulos branco e raiado sucede que:

$$\frac{OX}{OY}=\frac{OY}{HX}$$

E por ser P un punto de la parábola:

$$\frac{OA}{OX}=\frac{OX}{OY}$$

Combinamos ambas proporcións e temos esta outra:

$$\frac{OA^2}{OX^2}=\frac{OX}{OY}\frac{OY}{HX}=\frac{OX}{HX}$$

Dela dedúcese que $OX^3=OA^2HX$, logo o segmento $OX=x$ é a solución:

$$x^3+bx=OX^3+OA^2OX=OA^2HX+OA^2OX=OA^2(OX+HX)=OA^2OH=bh=c$$

OS COMENTARIOS ÓS ELEMENTOS DE EUCLIDES

Agora comentaremos unha obra de Jayyam que ten un título ben explícito: Comentarios sobre aspectos dubidosos nos postulados do libro de Euclides. Nela reflexiona sobre algúns puntos que, ó seu xuízo, Euclides os tratara dun modo incompleto. Un deles é o do V postulado, que para el, como para tantos outros matemáticos, no era tal postulado e requiría unha demostración. De esta maneira entra nunha polémica que xa era vella na súa época e que aínda duraría moito máis, ata dar lugar ás xeometrías non euclidianas. Segundo a definición 35 do libro I dos Elementos, dúas rectas dun mesmo plano son paralelas se, prolongadas indefinidamente en calquera de ambos sentidos, nunca chegan a encontrarse. O quinto postulado do mesmo libro afirma que se dúas rectas cortan a unha terceira formando con ela, de cara a un mesmo lado, ángulos interiores que midan en total menos de dos rectos, entonces se cortan nese mesmo lado (ver figura 6).

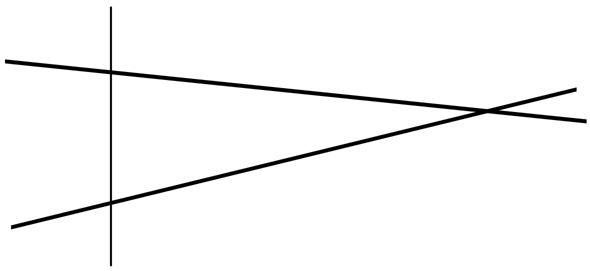

Figura 6

Omar Jayyam sostén no seus Comentarios que os seus predecesores, ó intentar probar o célebre postulado, erraran ó supoñer dun modo solapado o que querían demostrar. Entón cambia o quinto postulado por un principio debido a Aristóteles: dúas rectas converxentes se encontran, e é imposible que se distancien na dirección na cal converxen ou se acerquen na dirección na cal diverxen. Ó ser consecuencia inmediata da noción de recta e de ángulo, non parece necesitar demostración. Pero as cousas non son tan fáciles.

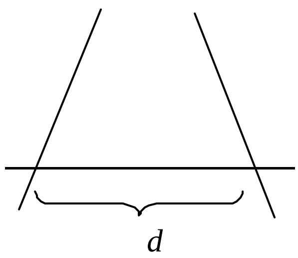

Figura 7

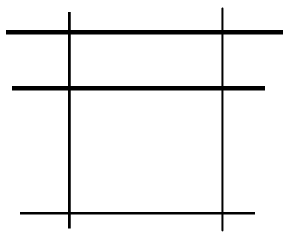

Figura 8

Jayyam define a distancia entre dúas rectas, medida sobre un punto dunha delas, como a lonxitude do segmento determinado pola recta que pasa por dito punto e forma con ambas rectas ángulos internos iguales (figura 7). Dúas rectas converxen ou diverxen no sentido no cal a distancia é decrecente ou crecente, e son paralelas se a distancia entre elas é constante, calquera que sexa a dirección do movemento (figura 8). Pero en canto aclara o concepto de distancia entre rectas, para saber o que di ó falar de rectas que se acercan, ten que falar de ángulos internos e deixa pasar inevitablemente ó hóspede impertinente. O principio de Aristóteles equivale ó quinto postulado, e ó cambiar un polo outro comete Omar Jayyam o mesmo erro que criticaba nos matemáticos anteriores. Moitos outros volverían a cometelo despois de el.

ALGUNHAS OBRAS DA LITERATURA ÁRABE

Falaremos, para terminar, dun par de obras de literatura clásica árabe que merecen ser lidas. A primeira é Calila e Dimna, unha historia de dous lobos na que se intercalan moitos contos breves que proceden do Panchatantra, colección de relatos composta na India ó redor do século IV polo brahmán Bidpay. Algúns deles foron traducidos do sánscrito ó pahlevi por Burzoe, médico do rei persa Cosroes I, e no século VIII Ibn al.-Muqaffa traslada ó árabe a versión persa. No século XIII tradúcese ó castelán por orden do rei Alfonso X. Unha traducción moderna pódese atopar en Alianza, pero os galego falantes poden ler sen dificultade a versión medieval, publicada na Editorial Castalia.

A outra obra é As mil e unha noites. Non foi coñecida en Occidente ata 1704, cando foi vertida ó francés por Antoine Galland, poñendo así de moda o oriental na Europa ilustrada. En castelán temos varias boas traduccións. Citaremos unha de Rafael Cansimos-Assens, hoxe de difícil localización, editada por Aguilar, e outra de Xan Vernet, publicada pola Editorial Planeta. As mil e unha noites é de máis dificultosa lectura que Calila e Dimna, por ter relatos dentro de relatos que están dentro de relatos, e tamén porque en moitos relatos aparecen demasiados personaxes secundarios. Se alguén encontra a lectura completa demasiado penosa, pódese conformar lendo unha antoloxía dos mellores contos. Unha moi recomendable, debida a Xulio Samsó, está publicada en Alianza Editorial.

BIBLIOGRAFÍA

I. Sobre o mundo islámico en xeral:

BURCKHARDT, T. (1989), La civilización hispano árabe, Alianza Editorial, Madrid.

GLICK, T. F. (1994), Cristianos y musulmanes en la España medieval (711-1250), Alianza Editorial, Madrid.

HATTTSEIN, M. e DELIUS, P. (Ed.) (2001), El islám, Arte y Arquitectura, Könemann, Barcelona.

HORRIE, C. E CHIPINDALE, P. (1990), ¿Qué es el Isam?, Alianza Editorial, Madrid.

LAWRENCE, T. E. (1977), Los siete pilares de la sabiduría, Huerga y Fierro, Madrid.

MALOUF, A. (1996), Las cruzadas vistas por los árabes, Alianza Editorial, Madrid.

MARTÍNEZ MONTÁVEZ, P. (1991), El Islam, Salvat, Barcelona.

MUÑOZ MOLINA, A. (1994), La Córdoba de los Omeyas, Planeta, Barcelona.

SOREL, D. (1989), Historia de los Árabes, Fondo de Cultura Económica, México.

WATT, W. M. (1994), Historia de la España Islámica, Alianza Editorial, Madrid.

II. Sobre ciencia árabe e medieval:

CATALÁ, M. A. (1981), "El nacimiento del Álgebra", en Historia de la Ciencia Árabe, págs. 23-37, Publicacións da Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas e Naturais, Madrid.

CROMBIE, A. C. (1987), Historia de la Ciencia: De San Agustín a Galileo, Alianza Editorial, Madrid.

GLICK, T. F. (1992), Tecnología, ciencia y cultura en la España Medieval, Alianza Editorial, Madrid.

LINDERBG, D. (2002), Los inicios de la ciencia occidental, Editorial Paidós, Barcelona.

MORENO CASTILLO, R. (1998), "La Matemática en Bagdad", en Boletín de la Sociedad "Puig Adam" de profesores de Matemáticas, nº 49, págs. 53-67.

MORENO CASTILLO, R. (2002), Omar Jayyam, poeta y matemático, Nivola, Madrid.

PARADÍS, J. e MALET, A. (1989), Los orígenes del álgebra: de los árabes al renacimiento, Promocións e Publicacións Universitarias, S. A., Barcelona.

VERNET GINÉS, J. (1978), La cultura hispano-árabe en Oriente y Occidente, Editorial Ariel, Barcelona.

VERNET GINÉS, J. (1986), "La matemática árabe", en Historia de la matemática hasta el siglo XVII, Real Academia de Ciencias Exactas. Físicas y Naturales, Madrid.

YOUSCHKEVITCH, A. (1976), Les Mathématiques Arabes, Librairie Philosophique J. Vrin, París.

III. Literatura histórica sobre o mundo árabe:

CORRAL LAFUENTE, J. L. (1996), El Salón Dorado, Edhasa, Barcelona.

(Unha novela ambientada na España árabe e nas escolas de traductores)

FALCONER, C. (1994), Harem, Emecé, Barcelona.

(A historia dunha escrava tártara que gobernou o imperio otomano xunto con Solimán o Magnífico)

GUILADI, Y. (1977), Los cipreses de Córdoba, Edhasa, Barcelona.

(A historia dun alquimista ó servicio de Abderramán III).

LAMB, H. (1996), Omar Jayyam, Ediciones Apóstrofe, Barcelona.

(Unha biografía novelada de Omar Jayyam)

MAALOUF, A. (1994), Samarcanda, Alianza Editorial, Madrid.

(Outra novela sobre Omar Jayyam)

MAALOUF, A. (1995), León el Africano, Alianza Editorial, Madrid.

(Que trata sobre a caída do reino de Granada e a decadencia do poder islámico en Occidente e a súa emerxencia en Oriente)

MORRIS, R. C. (1996), Jem, Península, Barcelona.

(Os fillos de Mohamed II se enfrontan ó morrer seu pai)

PORRIER, H. (1995), El médico de Córdoba. Grijalbo Mondadori, Barcelona.

(Sobre o filósofo e médico Maimónides)

SCOTT, W. (1996), El talismán, Anaya, Madrid.

(O rei Ricardo de Inglaterra e o sultán Saladino se encontran na terceira cruzada)

STERN, H. (1987), El hombre de Apulia, Seix Barral, Barcelona.

(O protagonista desta novela é o emperador Federico II, admirador da cultura árabe)

TARIQ ALÍ, (1996), A la sobra del granado, Edhasa, Barcelona.

(outra novela sobre a caída de Granada)