VECTORES DESLIZANTES

Campoy Vázquez, Carlos

Universidade da Corunha
Área de Electromagnetismo - Departamento de Física
Escola Universitária de Arquitectura Técnica - Campus da Zapateira
Corunha. e-mail: campoy@edu.xumta.es

RESUMO

Na escola secundária classificam-se os vectores em três categorias: livres, deslizantes e ligados. Depois utilizam-se apenas os primeiros se bem que os vectores deslizantes aparecem ao tratar as forças na aula de Física. Não sei o que ocorre nos dias de hoje, mas eu nunca ouvi exemplo nenhum de vector ligado, na minha época de aluno no que na altura se chamava de Ensino Médio. Neste trabalho farei uma introducção elementar da álgebra dos vectores deslizantes sem utilizar a ideia de *momento*. nem recorrer ao método analítico.

1. Vectores livres, deslizantes e ligados

Os vectores livres têm muito rendimento em Matemática porque algebricamente cumprem aqueles requerimentos que habitualmente possuem outros objectos matemáticos, como por exemplo os números ou os polinómios. Nesta ordem de coisas, sempre existe a soma de dois vectores livres e esta é outro vector livre.

Os vectores ligados nunca se mencionam, porém há muitos exemplos deles em Física e mesmo em Matemática. A velocidade de uma partícula pontual, ou o seu peso, ou o seu momento…, também os campos de vectores cujo estudo é fulcral em Física, o são de vectores ligados rigidamente ao correspondente ponto de aplicação. Aqui entram os campos eléctrico e magnético, e ainda a força gravitatória, que é um vector ligado embora seja uma força. Em Geometria temos três importantes vectores ligados a cada ponto de uma curva: o vector tangente, a normal e a bi-normal.

Quanto à soma de vectores ligados não há problema. Não existe a soma deles e pronto. Isto não é mesmo assim, há soma no caso trivial em que ambos estejam ligados ao mesmo ponto, mas não faz sentido falar da soma de vectores ligados afastados.

Os vectores deslizantes podem somar-se… às vezes. E quando é possível, o resultado não é sempre um novo vector deslizante. Já vimos que não em todos os casos as forças são vectores deslizantes, unicamente as forças mecânicas operando sobre um sólido rígido. Então é na Mecânica e, dentro dela, na Estática, que o seu estudo é imprescindível.

2. Soma de dois vectores deslizantes

Vou falar de forças porque é o único exemplo de vectores deslizantes que eu conheço. Entenderei que o resultado da soma de várias forças produz os mesmos efeitos mecânicos que estas operando conjuntamente. Será então a experiência mecânica a que nos guie para firmar as definições.

2.1. *Duas forças concorrentes*. Os respeitivos eixos das duas forças têm um ponto comum. Define-se a soma como a que se obtém mediante a familiar construção do paralelogramo, porque a nossa experiência é que, mecanicamente, produzem os mesmos efeitos as forças dadas e a chamada resultante.

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{R}$$

A soma também pode aplicar-se à inversa: sempre é possível descompor uma força na soma de outras duas mediante a mesma construção.

2.2. *Duas forças opostas de igual módulo*. É um caso particular do anterior mas agora as forças partilham eixo. É evidente que a soma é zero.

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 0$$

Aplicando este resultado à inversa, sempre poderemos acrescentar um sistema de forças qualquer com duas forças como estas duas.

2.3. *Duas forças paralelas (caso geral)*. Para este caso utilizamos o recurso apontado no anterior (fig. 2.3)

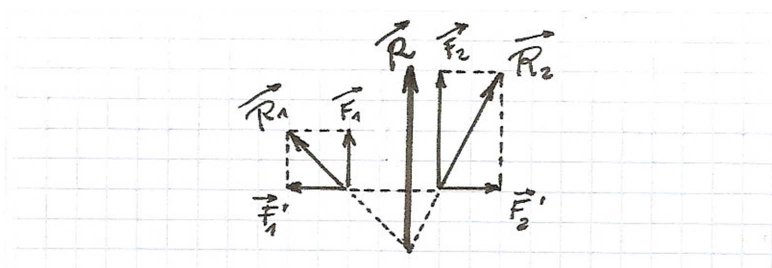

fig. 2.3

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_1}' + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_2}' = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{R}$$

Logicamente, também neste caso podemos agir à inversa: sempre é possível descompor uma força na soma de duas paralelas.

2.4 *Forças opostas, eixos paralelos diferentes e módulo igual*. Sabemos que este sistema vai provocar rotação sem traslação, porém uma única força sempre dá lugar a traslação. É por isso que este sistema não é equivalente a uma única força. Estes dois vectores deslizantes não podem somar-se! Por ter efeitos diferentes dos das forças, o sistema formado por estas duas, considera-se um novo objecto chamado de **binário** (também **par**, **torque**, **sistema conjugado** ou apenas um **conjugado**).

Com certeza um binário não é uma força, mas também não é um conjunto de duas forças. È uma coisa nova, resultado da soma de duas forças, sim, mas de natureza diferente. Passa-se o mesmo que com o número 7 e o par (3 , 4); não são o mesmo. Escreveremos:

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = B$$

E se quisermos amostrar as forças de que procede o binário, usamos a notação:

$$B \equiv \left(\overrightarrow{F_1} \quad , \quad \overrightarrow{F_2}\right)$$

3.2 *Duas forças alabeadas*. A soma de duas forças cujos eixos se cruzam é igual à soma de outra força e um binário (fig. 2.5)

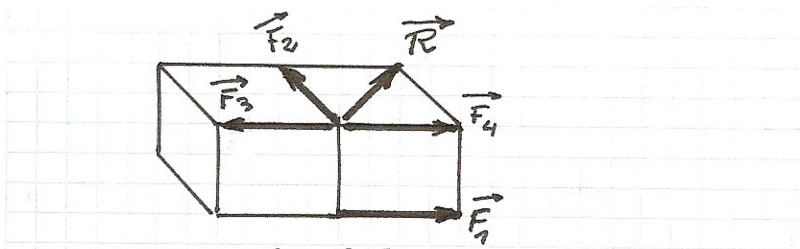

fig. 2.5

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} + \overrightarrow{F_2} = \left(\overrightarrow{F_1} \quad , \quad \overrightarrow{F_3}\right) + \overrightarrow{F_4} + \overrightarrow{F_2} = B + \overrightarrow{R}$$

Pode parecer que este resultado é pouco útil pois não é mais simples a combinação de uma força e um binário, do que duas forças. Porém este é um resultado que vai ser idêntico ao que acontece com mais de duas forças. Além disso, se consideramos que o resultado de 2.2 é um *binário nulo*, esta equação resume todos os resultados anteriores.

3. Soma de um número indeterminado de vectores deslizantes

.

3.1. *Soma de dois binários*. É trivial quando as quatro forças que os originam são coplanares. Resulta outro binário também no caso mais geral (fig. 3.1):

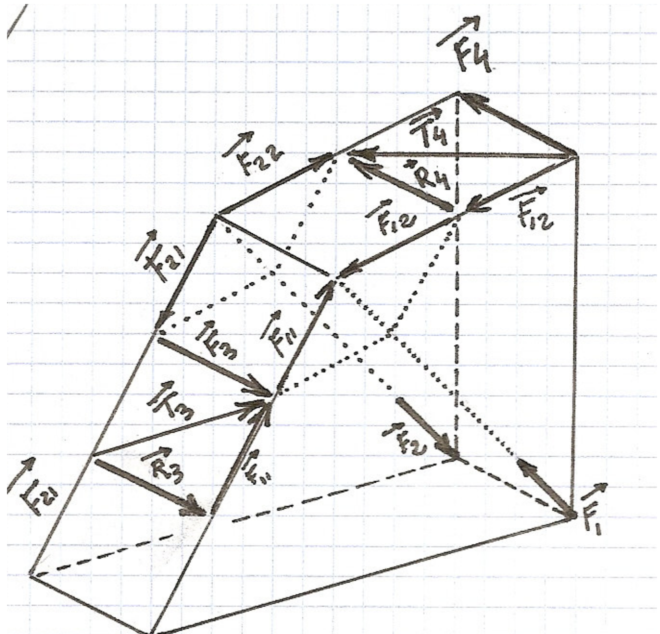

fig. 3.1

$$\left(\overrightarrow{F_1}\quad,\quad\overrightarrow{F_2}\right)+\left(\overrightarrow{F_3}\quad,\quad\overrightarrow{F_4}\right)=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}=\left(\overrightarrow{F_{11}}+\overrightarrow{F_{12}}\right)+\left(\overrightarrow{F_{21}}+\overrightarrow{F_{22}}\right)+\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}=$$
$$=\left(\overrightarrow{F_{11}}+\overrightarrow{F_3}\right)+\left(\overrightarrow{F_{12}}+\overrightarrow{F_4}\right)+\left(\overrightarrow{F_{21}}+\overrightarrow{F_{22}}\right)=\overrightarrow{T_3}+\overrightarrow{T_4}+\overrightarrow{F_{21}}+\overrightarrow{F_{22}}=\left(\overrightarrow{T_3}+\overrightarrow{F_{21}}\right)+\left(\overrightarrow{T_4}+\overrightarrow{F_{22}}\right)=\overrightarrow{R_3}+\overrightarrow{R_4}=$$
$$=\left(\overrightarrow{R_3}\quad,\quad\overrightarrow{R_4}\right)$$

3.2 *Soma de um número arbitrário de forças*. O resultado é uma força e um binário. Por indução: Já vimos que é certo para N = 2. Se todo sistema de N forças equivale a uma força e um binário, um sistema de N+1 equivale a 2 forças e um binário. A soma das duas forças é outra e um binário, e este, combina-se com o outro para produzir um único binário.

$$\overrightarrow{F_1}+\cdots+\overrightarrow{F_N}=\vec{R}+B$$

4. Conclusão

A este resultado chega-se utilizando componentes cartesianas dos vectores, coordenadas de pontos e o concepto de momento de um vector como produto vectorial. O método analítico é eficaz porque permite obter mediante operações leves, as componentes de $\vec{R}$, chamada a *resultante do sistema*, e o binário $\vec{B}$, que agora trata-se como um vector livre (e que neste contexto chama-se de *momento mínimo*). Além disso, o método analítico fornece as equações do *eixo central*, que é o eixo da força resultante $\vec{R}$. Mas esta exposição ultrapassa os conteúdos do secundário no qual não haveria dificuldade para incluir as noções que ficam desenvolvidas neste trabalho.

Bibliografia

[1] Ramón Moliner, Pedro *Mecánica*. Ed. de autor, 3ª Ed. Madrid 1967

[2] Santaló, Luís A., *Vectores y Tensores com sus aplicaciones*, Ed. Universitária de Buenos Aires. 10ª Ed.1976