COMEZOS DO ESTUDO DO ÁTOMO: O DESCUBRIMENTO DO ELECTRÓN

Félix Soto Iglesias
E – 14400. Pozoblanco. Córdoba (España)
18 de abril de 2012

RESUME

Este ano estase a celebrar o segundo centenario do nacemento de Antonio Casares Rodríguez (1812 – 1888) considerado o pai da Química galega, e un dos químicos senlleiros do século XIX en España, en particular no eido da Química Analítica, no que publicou numerosos e importantes traballos. Como pequena homenaxe a súa figura, no presente traballo revísase un dos experimentos fundamentais da Física e a Química modernas, que o profesor Casares non chegou a coñecer, mais hoxe xa se estuda nos institutos: o descubrimento do electrón e, polo tanto da estrutura interna dos átomos, por Sir Joseph John Thomson. A importancia intrínseca do resultado, a inmensa repercusión na ciencia posterior, así como a elegancia da idea e a relativa simplicidade da montaxe e máis dos cálculos implicados, fan diste esforzo pioneiro da exploración subatómica un magnífico exemplo do traballo científico.

Palabras chave. Historia da Ciencia; modelos atómicos; electromagnetismo; física atómica e nuclear

INTRODUCIÓN

O termo átomo, derivado do grego α (un prefixo negativo) e τεμειυ (partir, dividir) é hoxe moi coñecido, e mesmo forma parte da linguaxe cotiá. No eido da Ciencia enténdese ca un átomo é a parte máis pequena dun elemento químico que mantén as súas propiedades, non sendo posíbel dividilo por procedementos químicos.[1]

Con todo, tras o seu nacemento no século V a.C., esta concepción da materia permaneceu esquecid por máis de dous mil anos, até que xa no 1808, John Dalton foi quen de explicar as leis ponderais da Química supondo a existencia de átomos distintos para cada elemento. A pesares da súa fecundidade científica, non había unha evidencia directa da existencia destes átomos, que os científicos consideraban un concepto práctico máis que coma algo real.[2] A proba definitiva

da súa existencia non chegaría até o ano 1905, no que Albert Einstein publica o seu artigo sobre o "movemento browniano" – movemento aleatorio de partículas microscópicas nun fluído – xustificándoo matematicamente coma un bombardeo non uniforme polas partículas do líquido.[3]

Nas seguintes décadas o progreso no coñecemento do átomo foi abraiante; no século XX pasouse da confirmación da súa existencia ao descubrimento de multitude de partículas subatómicas, ao tempo que se progresaba na descrición das interaccións que gobernan o seu comportamento, moi distintas daquelas – como a gravidade e o electromagnetismo – que rexen o mundo macroscópico.[4] O avance no coñecemento do átomo supuxo o nacemento de novos eidos de investigación: a física atómica, a física nuclear, de partículas elementais, etc, que cambiaron radicalmente a comprensión da natureza, ao tempo que posibilitaron un gran avance técnico. Neste sentido, aparellos hoxe en día tan coñecidos coma o microscopio electrónico ou a resonancia magnética nuclear son aplicacións diste coñecemento íntimo da materia.[5,6]

As primeiras experiencias da exploración atómica foron modestos montaxes de laboratorio, pero ao afondar máis e máis no interior do átomo, fóronse facendo progresivamente máis complexos. De feito, os grandes aceleradores de partículas actuais (ver Fig. 1), que permiten a exploración da materia a escalas incriblemente pequenas, son –probabelmente– as máquinas máis complexas e potentes creadas polo ser humano.[7,8]

Figura 1: Fotografía do detector CMS do LHC (Gran Colisionador de Hadróns), no CERN.

Un dos nomes imprescindíbeis na Historia do estudo do átomo é Sir Joseph John Thomson, quen, a través dun sinxelo experimento, descubriu a primeira partícula subatómica: o electrón.[9] A descrición dise traballo é o centro deste pequeno artigo, no que se pretende poñer de manifesto a súa elegancia intelectual, así como a súa repercusión na ciencia do século XX. Para iso, en primeiro lugar exporase brevemente a Historia do atomismo, pasando polas súas distintas fases e principais protagonistas, dende a súa aparición pioneira na Greza antiga até o modelo mecanocuántico actual. Tras desta contextualización, centrámonos no traballo de Thomson, que supuxo o descubrimento da primeira partícula subatómica e que orientou a evolución posterior da investigación científica. Finalmente, resumimos os principais aspectos expostos, salientando especialmente a súa importancia histórica e o seu valor pedagóxico, en particular na Física e a Química do Bacharelato.

EVOLUCIÓN HISTÓRICA DO ATOMISMO

O nacemento da concepción atómica da materia xurdiu entre algúns filósofos da Xonia, na antiga Greza, aínda que foi posteriormente esquecida, por mor –entre outras cousas– á autoridade de Aristóteles, quen cría que a materia habería ser infinitamente divisible.[10] Nembargantes, vintetrés séculos despois, John Dalton retomou a idea de Demócrito e artellou un modelo atómico co que foi quen de explicar as leis ponderais da Química, formuladas por Lavoisier, Proust e outros nese tempo. Este feito supuxo a primeira gran síntese dentro da Química como ciencia moderna.[2]

Décadas máis tarde , xa cara o final do século XIX, os científicos centráronse na observación do paso de electricidade a través de gases a moi baixa presión en tubos de baleiro. Nestas circunstancias, ao aplicar unha tensión eléctrica elevada, vían claramente un feixe luminoso indo dende o cátodo ao ánodo. Estudando as súas propiedades, Thomson concluíu en 1897 que o feixe estaba constituído por minúsculas partículas cargadas negativamente: os electróns. O seu traballo supuxo a fin da visión do átomo como algo indivisible e o comezo do coñecemento da súa estrutura interna.[9]

Figura 2: Algúns dos símbolos de Dalton para os elementos químicos, coa súa estimación do peso atómico.

Poucos anos despois, novas experiencias foron debuxando unha imaxe do átomo máis e máis complexa: no 1911, Ernest Rutherford realizou un famoso experimento de dispersión [11] do que deduciu que os átomos estaban formados por un núcleo minúsculo e incribelmente denso, de carga positiva, arredor do cal xiraban os electróns a gran velocidade. A pesares da súa utilidade, o modelo de Rutherford presentaba dificultades teóricas insalvábeis, ao ser incompatíbel coa teoría electromagnética, formulada había trinta antos por J.C. Maxwell,[12] e segundo a cal, tal átomo non sería estábel. Debido a iso, sería substituído en 1913 por outro novo modelo, proposto por Niels Bohr, quen se viu obrigado a aventurar certas ideas moi controvertidas e revolucionarias, baseadas en traballos publicados poucos anos antes por Planck e Einstein.[13] O novo modelo modificaba ao de Rutherford, restrinxindo as posíbeis órbitas electrónicas a aquelas nas que o momento angular do electrón fose múltiplo de *h*, a constante de Planck.[14] En calquera caso, o átomo de Bohr logo quedou obsoleto, e, a pesares das correccións relativistas introducidas nese modelo por Sommerfeld [15] acabaría deixando paso definitivamente, arredor de 1925, á descrición mecanocuántica do átomo.[16]

A EXPERIENCIA DE THOMSON

Transporte de carga polos raios catódicos

Previamente a Thomson, o físico francés J. Perrin realizara un experimento para comprobar se os raios catódicos transportaban carga. Situara fronte a un cátodo plano dous cilindros coaxiais, illados un do outro: o externo conectado a terra, e o interno a un electroscopio de pans de ouro.[17] Estes cilindros estaban pechados, agás por dous pequenos buratos, de modo que o feixe puidera pasar ao seu través até o máis interior. Perrin viu que cando os raios pasaban ao cilindro interno, o electroscopio recibía carga negativa, o que non pasaba cando os raios eran tornados por un imán e non entraban no cilindro. Polo tanto, “algo” cargado con electricidade negativa saíra do cátodo, perpendicularmente a el, e fora desviado polo imán; con todo, o experimento non establecía a relación entre a electricidade e os raios catódicos.[9]

Figura 3: Sir Joseph John Thomson na súa vellez.

Thomson propúxose repetir o experimento, modificándoo para evitar esa obxección. O dispositivo empregado amósase na Fig. 4.[9] Trátase de dous cilindros coaxiais furados no centro, situados nun tubo de vidro conectado ao tubo de descargas. O cilindro externo está conectado a terra e o interior co electrómetro. Os raios catódicos non entran nos cilindros a non ser que sexan desviados polo campo magnético. Cando o feixe no pasa pola fenda, a carga eléctrica rexistrada no electrómetro é pequena e irregular; mais cando por mor da acción do imán o feixe a atravesa, rexístrase un gran cantidade de carga negativa no electrómetro. Este feito evidencia que a carga negativa segue o camiño dos raios, estando indisolubelmente unida a estes.[9]

Desviación dos raios catódicos por un campo electrostático

A teoría dos raios catódicos como partículas de carga negativa tiña un inconveniente: nunca se observara a súa desviación por un campo electrostático, aínda cando grandes científicos xa o intentaran previamente.[9,17–19] Hertz, por exemplo, situara no tubo de descargas dúas placas metálicas plano–paralelas, e non chegou a observar ningunha desviación do feixe.[19] Thomson pensou que a non desviación podería deberse á condutividade que o feixe cargado confería ao gas. Ao medir esta, viu que diminuía axiña ao incrementar o baleiro; semellaba que sería posíbel detectar unha desviación dos raios catódicos por un campo electrostático se se repetía a experiencia de Hertz a baleiros elevados.

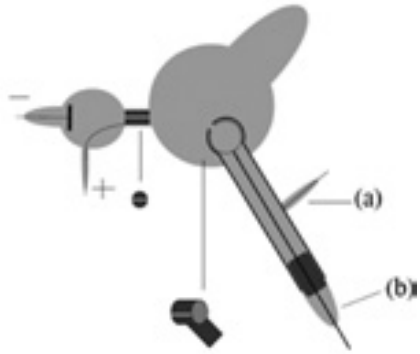

Figura 4: Aparello empregado por Thomson no seu primeiro experimento; (a) Toma de terra, (b) Electrómetro

A montaxe da súa experiencia amósase na Fig. 5. Os raios procedentes do cátodo C pasan a través das fendas dos ánodos A e B, e viaxan entre as dúas placas paralelas para finalmente impactar contra o fondo do tubo, producindo unha luminosidade fosforescente. A través dunha escala graduada, pódese obter a desviación experimentada polos raios. Esta aumenta ao incrementar a diferenza de potencial entre placas.

Ao repetir a experiencia de Hertz a alto baleiro, constatou que, de acordo co esperado, os raios se desviaban baixo a influencia do campo eléctrico, do xeito no que se esperaría que o fixese un feixe de partículas cargadas negativamente. O propio Thomson escribiu "non vexo como chegar a outra conclusión que pensar que os raios catódicos son cargas negativas portadas por partículas materiais".

Figura 5: Montaxe do segundo experimento de Thomson.

Desviación dos raios catódicos por un campo magnético

Thomson estudou a desviación dos raios catódicos por un campo magnético valéndose dunha montaxe como a que se amosa na Fig. 6. Como se pode ver, o cátodo situouse nun lado do tubo suxeito a unha campá de cristal. A conexión do tubo coa campá está pechada por un tapón de metal, furado, a modo de ánodo. Os raios pasan até a campá, situada

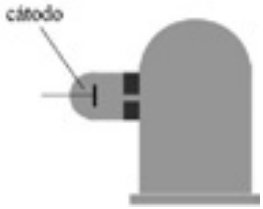

Figura 6: Montaxe de Thomson para o estudo da desviación dos raios catódicos por un campo magnético.

entre dúas grandes bobinas. A través de fotografías, advertiu que, fixando o campo magnético e a diferenza de potencial, a traxectoria dos raios non depende da natureza do gas. Repetiu o experimento empregando hidróxeno, aire, ácido carbónico e ioduro metílico, observando que as traxectorias dos raios eran as mesmas en tódolos casos. [9,20,21]

Determinación da relación masa/carga

A desviación dos raios catódicos en presenza de campos eléctricos e magnéticos fixo pensar a Thomson que estes haberían de ser cargas negativas transportadas por partículas materiais, aínda que non sabía que tipo de materia as conformaba. Na procura dunha resposta, decidiu determinar a súa relación masa/carga, empregando dous métodos diferentes, que se describen a continuación.

Primeiro método:

Sexa un feixe homoxéneo de raios catódicos, e m a masa de cada unha das partículas, e a súa carga, e N, o número de partículas que atravesa unha sección do feixe na unidade de tempo. Entón, a carga transportada, Q, vén dada:

$$Q = N \cdot e \qquad (1)$$

Cando os raios catódicos impactan contra un corpo, a temperatura deste aumenta. Entón, medindo o incremento de temperatura que ten lugar (coñécese a capacidade calorífica do corpo) pódese determinar a enerxía cinética dos raios, supoñendo que esa se transforma integramente en enerxía calorífica:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot N \cdot m \cdot v^2 \qquad (2)$$

Se ρ é o radio de curvatura da traxectoria destes raios nun campo magnético uniforme de magnitude H, a segunda lei de Newton toma a forma:

$$m \cdot v / \rho = e \cdot H, \qquad (3)$$

Destas ecuacións, combinando Ec. (1) e (2):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{m}{e} \cdot v^2 = \frac{E_C}{Q} \qquad (4)$$

E combinando (2) e (3):

$$v = \frac{2 \cdot E_C}{(Q \cdot H \cdot \rho)} \qquad (5)$$

Por outra banda, de (4) e (5):

$$\frac{m}{e} = (H \cdot \rho)^2 \cdot \frac{Q}{2 \cdot W} \ . \qquad (6)$$

Coñecidos os valores de Q, W e $H \cdot \rho$, pódense deducir os de v e de m/e.

Thomson empregou unha montaxe como a amosada na Fig. 5, mais sen as placas E e D. Os raios procedentes de C pasan a través do ánodo B e rematan batendo contra dous cilindros coaxiais situados ao final do tubo. O máis externo está posto a terra, mentres que o interno, illado do externo, vai conectado a un electrómetro que permite achar Q. Para coñecer o incremento de temperatura orixinado polo impacto dos raios catódicos, no cilindro interno sitúase un par termoeléctrico conectado a un galvanómetro.[22] Do valor obtido calcúlase a enerxía cinética das partículas do feixe, 1/2 N·$m \cdot v^2$.

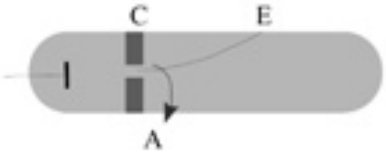

Figura 7: Esquema da desviación dos raios catódicos nun campo magnético uniforme: a súa traxectoria cúrvase e acaban por impactar contra o tubo en E.

Para coñecer o valor $H \cdot \rho$ sitúase o tubo entre dúas grandes bobinas circulares e paralelas, separadas unha distancia igual ao seu radio. Nestas condicións, as bobinas xeran un campo magnético uniforme, no que os raios catódicos seguen unha traxectoria circular.[23] Diste xeito, se os raios desviados polo imán baten no tubo en E (Fig. 8) o radio da traxectoria, ρ, obtense:

$$2 \cdot \rho = \frac{CE^2}{AC} + AC \ ; \qquad (5)$$

É dicir, pódese obter o radio de curvatura do feixe medindo as distancias *CE* e *AC*. Thomson comprobou que o valor de *m/e* era independente da natureza do gas presente no tubo.

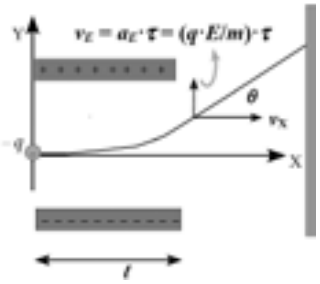

Figura 8: Esquema ilustrando a desviación dos raios catódicos en presenza dun campo electrostático.

Segundo método:

As cantidades *m/e* e *v* pódense obter por outro método, probabelmente máis preciso có anterior, baseado na medida da desviación do feixe de raios catódicos ao atravesar unha rexión onde existe un campo eléctrico uniforme, e outra de campo magnético, tamén uniforme.[9] A partires das desviacións provocadas por ámbolos dous campos pódense achar os valores *m/e* e *v* da seguinte maneira: Sexa ℓ o espazo que percorre o feixe baixo un campo eléctrico uniforme, $\vec{E}$, e $\tau \equiv \ell/v$, o tempo que empregan en facer ese percorrido; a velocidade na dirección do campo é:

$$v_E = a \cdot \tau = \frac{E \cdot e}{m} \cdot \frac{\ell}{v}, \qquad (7)$$

Polo tanto, θ, o ángulo que se desvían os raios por mor do campo eléctrico, pódese expresar a través da ecuación seguinte:

$$\theta = \frac{v_E}{v} = \frac{E \cdot e}{m} \cdot \frac{\ell}{v^2}. \qquad (8)$$

Se no lugar dun campo eléctrico se aplica un campo magnético *B* sobre unha distancia ℓ, perpendicular á dirección na que viaxa o feixe, a velocidade na dirección do campo é:

$$v_B = a_B \cdot \tau = \frac{B \cdot e \cdot v}{m} \cdot \frac{\ell}{v}, \qquad (9)$$

e φ, o ángulo que os raios se desvían vén dado por:

$$\varphi = \frac{v_B}{v} = \frac{B \cdot e}{m} \cdot \frac{\ell}{v} \qquad (10)$$

Despexando das ecuacións anteriores, obtense:

$$v = \frac{\varphi}{\theta} \cdot \frac{E}{B}$$

y

$$\frac{m}{e} = \frac{B^2 \cdot \theta \cdot \ell}{E \cdot \varphi^2} \qquad (11)$$

Se se axusta o campo magnético para que $\varphi = \theta$, as ecuacións (11) simplifícanse adoitando a forma:

$$v = \frac{E}{H},$$

$$\frac{m}{e} = \frac{H^2 \cdot \ell}{E \cdot \theta} \qquad (12)$$

O dispositivo empregado por Thomson para determinar *v* e *m/e* por este procedemento amósase na Fig. 5. A desviación da mancha fosforescente na parede do tubo determínase, segundo se dixo no apartado 3.2, grazas a unha escala adherida ao mesmo. Para optimizar a súa determinación, mantivo o laboratorio a escuras, e valeuse dunha agulla luminosa, visíbel na escuridade, para marcar a posición da mancha fosforescente.[9] Para aplicar as expresións en (12) axustou a corrente circulante polas bobinas para que a deflexión electrostática fora a mesma que a orixinada polo campo magnético.[23]

Novo modelo atómico

O valor de *m/e* que Thomson achou resultou ser case que dúas mil veces menor có correspondente ao ión hidróxeno en electrólise, o máis pequeno desta cantidade anteriormente coñecido.

A partir do tempo que tardaba en atenuarse a mancha fosforescente, puido estimar o percorrido libre medio dos portadores de carga,[24] que resultou moi distinto do das moléculas de aire. Este feito levouno a concluír que eses portadores tiñan que ser moito máis pequenos cás moléculas ordinarias.

Tras considerar diversas posibilidades, pensou que a explicación máis sinxela era admitir que os distintos tipos de átomos estaban formados por un determinado número destas partículas (que chamou "corpúsculos") sobre unha matriz de carga positiva, de tal maneira que o conxunto resultase electricamente neutro. Esta interpretación das súas observacións, madurada poucos años despois, constitúe un fito no coñecemento da materia, pois finalmente, os "indivisíbeis" átomos resultaban estar compostos de partes menores.[9,20,21]

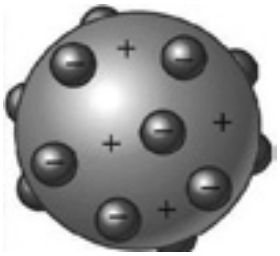

Figura 9: Ilustración do modelo atómico de Thomson: os electróns, de carga negativa, distribuídos uniformemente nun átomo de carga positiva.

Interpretación de Thomson da experiencia

A visión dos raios catódicos como feixes de partículas de materia con carga negativa permitía a comprensión dos datos empíricos sobre estes coñecidos naquel tempo. Así, se debido ao intenso campo eléctrico preto do cátodo, as moléculas do gas se disocian, non en átomos, senón nestas diminutas partículas cargadas, resultarían proxectadas polo campo eléctrico e comportaríanse exactamente como os raios catódicos. O seu valor para *m/e* non dependería da natureza do gas nin da presión, xa que os corpúsculos son os mesmos para calquera substancia. Por outra banda, o número de colisións que sufriría un destes ao moverse a través dun enxame de moléculas sería proporcional, non ao número de moléculas, senón ao número de corpúsculos presentes nelas. Como o percorrido libre é inversamente proporcional ao número de colisións na unidade de tempo,[24] tamén o é ao número de corpúsculos na unidade de volume; ao ser todos eles da mesma masa, o seu número na unidade de volume resultaría proporcional á masa por unidade de volume. Así mesmo, como a distancia entre corpúsculos veciños é grande ao comparala coas súas propias dimensións, o percorrido libre medio é independente do xeito no que estean situados; é dicir, depende so da densidade do medio (inversamente), e non da súa natureza química ou estado físico.

A explicación da natureza dos raios catódicos de Thomson convenceu aos científicos da época e o seu modelo atómico, proposto poucos años máis tarde, foi a primeira proposta moderna da estrutura íntima da materia.[9,20,21]

RESUME E CONCLUSIÓNS

O atomismo, que apareceu na antiga Greza no século V a.C, con Demócrito como máximo expoñente, postulaba a existencia de partes últimas da materia. Esta concepción da realidade foi esquecida durante séculos, até que, xa no XIX, John Dalton recuperounas para explicar as leis ponderais da Química. A influencia do traballo de Dalton no coñecemento científico foi moi importante, especialmente en Química, que experimentaría un importante avance.[2] Un século despois chegaría a confirmación experimental da existencia do átomo, grazas a explicación do movemento aleatorio de pequenas partículas nun líquido dada por Einstein.[3] Xa no século XX, o avance no coñecemento do átomo foi enorme, sucedéndose descubrimentos e novas teorías con gran velocidade.[9,11–15] Entre os científicos desta época ocupa un lugar senlleiro Joseph John Thomson, quen realizou uns experimentos sobre os raios catódicos que o levaron ao descubrimento da primeira partícula subatómica: o electrón.[9,21] Thomson observou nun tubo a moi baixa presión que os raios se desprazaban en liña recta, partindo do cátodo. Viu tamén, someténdoos á influencia de campos eléctricos e magnéticos, que transportaban carga negativa. Equilibrando os efectos de ámbalas dúas forzas sobre o feixe, puido achar a velocidade dos raios catódicos, e dela, a relación entre a súa masa e a súa carga. Estes resultados levárono a concluír que os raios catódicos estaban formados por minúsculas partículas materiais: os electróns, que foron polo tanto a primeira partícula subatómica en ser descuberta. Pouco tempo despois propuxo un novo modelo para o átomo, no cal este se compón de electróns (con carga negativa) distribuídos de maneira uniforme nunha matriz de carga positiva (ver Fig. 9).[9,20–21]

O traballo de Thomson supón un claro exemplo do avance do coñecemento científico: a observación de fenómenos novos que non encaixan dentro do marco establecido, leva a propoñer novos modelos que permiten a súa comprensión, así como a posta en relación cos feitos xa anteriormente interpretados.

O profesor Casares finou en abril de 1888, nove anos antes da publicación da experiencia de Thomson, polo que nunca chegou a coñecer o gran troco que estaba a piques de se producir na ciencia á que consagrou a súa vida. O descubrimento do electrón foi o primeiro paso da exploración subatómica, que estourou de maneira abraiante no século XX, modificando dramaticamente a imaxe que a Ciencia tiña da materia, e en realidade do Universo. Esta apaixonante busca prosegue nos nosos días, nos que os actuais aceleradores de partículas (ver Fig. 1) permiten a exploración dos máis agochados recunchos da materia e algúns dos máis abraiantes segredos da Natureza.

REFERENCIAS

[1] Ver, por exemplo, S. Burbano de Ercilla, C. García Muñoz, Física General. 32ª ed. (Ed. Tébar, Madrid, 2003), Cap. XXVIII.

[2] J. Dalton, A new system of chemical philosophy, (Manchester, 1808)

[3] A. Einstein, Ann. Phys. 17, 549 (1905)

[4] Ver, por exemplo, E. Schrödinger, Physical Review, **28**, 1049 (1926)

[5] Helge Kragh, Generaciones Cuánticas. Una historia de la Física, (Ed. Akal, Madrid, 2007)

[6] A. Sepúlveda, Los conceptos de la Física: Evolución Histórica. 2ª ed, (Ed Universidad de Antioquía, Medellín, 2003)

[7] Ver, por exemplo, F. Ynduráin, Electrones, neutrinos y quarks: la física de partículas ante el nuevo milenio, 3ª ed. (Ed. Drakontos, Barcelona, 2009)

[8] Ver, por exemplo, R. B. Laughlin, Partículas elementales: en busca de las estructuras más pequeñas del universo, (Ed. Crítica, Barcelona, 2001)

[9] J.J. Thomson, Philosophical Magazine, 44, 293 (1897)

[10] Ver, por exemplo, F.J. Puerto, Historia de la ciencia, una disciplina para la esperanza, (Ed. Akal, Madrid, 1991)

[11] E. Rutherford, Philosophical Magazine, 21, 669 (1911)

[12] J.C. Maxwell, Phil. Trans. R. Soc. Lond. 155, 459 (1865)

[13] M. Planck, Verhandl. Dtsch. Phys. Ges., 2, 237 (1900)
A. Einstein, Ann. Phys. 17 (1905) 132

[14] N. Bohr, Philosophical Magazine, 26,1 (1913)

[15] A. Sommerfeld, Ann. Phys., 51, 125 (1916)

[16] Ver, por exemplo, C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Laloë, Mecánica Cuántica, (Ed. John Wiley & Sons, N. York, 1991)

[17] J. Perrin, Nature, 53, 298 (1896)

[18] Ver, por exemplo P. Lenard, Ann. Phys., 287 (2) 225 (1894)

[19] H. Hertz, Ann. Phys., 19, 809 (1883)
H. Hertz, Ann. Phys., 45, 28 (1894)

[20] J.J. Thomson, Philosophical Magazine, 7, 237 (1904)

[21] J.J. Thomson, Philosophical Magazine, 11, 769 (1906)

[22] Ver, por exemplo, S. Burbano de Ercilla, C. García Muñoz, Física General. 32ª ed. (Ed. Tébar, Madrid, 2003), Cap. XX.

[23] Ver, por exemplo, R. Resnick, D. Halliday e K.S. Krane, Física, vol. 2, 4ª ed. (Ed. Continental, México D.F., 2001), Cap XXXV.

[24] Ver, por exemplo, C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, 8ª ed. (Ed. John Willey & Sons, N. York, 2005), Cap. VI.