

Preciso recoñecelo: Síntome frustrado por ser incapaz de adiviñar o “Gordo” da lotaría de Nadal

Xosé Enrique Pujales Martínez

Catedrático de Secundaria xubilado

“Unha gargallada vale por dez mil siloxismos”

H.L. Mencken, *The American Mercury*

1. Limiar

Despois de ter que traballar como ensinante de Matemáticas varias décadas para cobrar unha pensión, éme difícil ocultar os meus sentimentos de envexa ao ler na prensa noticias como as que seguen, relacionada coa lotaría de Nadal:



Los algoritmos de un informático llevan la suerte a uno de los municipios más afectados por las lluvias

Pero como aínda non perdín a esperanza de facerme rico atopando un sistema que me permita acertar o número que vai saír na lotaría, quixen estudar o caso e aprender o método empregado pola Administración de Lotaría no pobo murciano de San Pedro de Pinatar, esperando que o secreto non estea en sufrir unhas inundacións, como pasou aló, ou outra desgraza semellante.

2. Cálculos de probabilidade

Buscando pistas atopéime cunha noticia recollida en La Vanguardia, que dicía:

En declaracións a Onda Regional recogidas por Europa Press, el gerente de la administración 'El Perolo', Miguel Ángel Zapata, ha subrayado que la fórmula empleada por su administración es "estadística pura y probabilidad".

"Cada año lo vamos mejorando y depurándolo, poniéndole procedimientos y parámetros nuevos", ha señalado Zapata, quien ha destacado, emocionado, que no puede "explicar más".

Deume alento ler que a fórmula empregada fose “estadística pura e probabilidade”, aínda que iso de que non pode explicar máis produciume certo abatemento. Pescudando, souben que o cerebro matemático da operación era un tal Ángel García. En *europapress murcia* dicíase:

Los algoritmos y cálculos matemáticos de Ángel García, informático y economista, han llevado la suerte a San Pedro del Pinatar.

Este informático hizo los cálculos hasta 13 veces, que son los 13 premios que reparte la Lotería de Navidad.

Trece veces! Que traballo! Pero, a pesar disto, non estou disposto a arroxar a toalla dado que está en xogo vivir de algo máis que dunha pensión. Afortunadamente para min, Ángel García mostrábase máis colaborador que o seu cuñado Miguel Ángel Zapata, e unhas liñas máis adiante nese mesmo artigo explicaba en que consistían os cálculos repetidos ata trece veces:

"Si no me toca un primer premio, un segundo y así hasta 13 veces; es la negación de todo y busqué la probabilidad de que no me tocara ninguno".

E estes son os cálculos feitos? Pero se isto é capaz de facelo o alumnado da ESO!

Actividade 1. Nunha bolsa hai 8 bólas, 5 brancas e 3 negras. Sacamos unha bóla e, sen devolvela, sacamos outra. Calcular a probabilidade de que ningunha sexa branca.

$$[Sol: P(\bar{B}_1 \cap \bar{B}_2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} .]$$

Na terminoloxía usada polos medios de comunicación para falar do esgotador cálculo de Pinatar, con esta actividade acaban de facer *dous* cálculos pero poderían facer máis. Por exemplo:

Actividade 2. No sorteo extraordinario de Nadal entran 100000 bólas numeradas do 0 ao 99999. Xogamos 15000 números. a) Cal é a probabilidade de non obter ningún dos 13 premios importantes? b) E de obter algún? [estes son os 13 cálculos feitos por Ángel García!]; c) Compara coa seguinte frase recollida en El Mundo:

Ángel García, informático y economista, y colaborador de la administración afirma que "la probabilidad de que no tocara ninguno con 15.000 números disponibles en el establecimiento era un 15% y la probabilidad de que sí nos tocara algún premio era, por tanto, del 85 por ciento".

$$[Sol: a) P(X=0) = \frac{100000-15000}{100000} \cdot \frac{99999-15000}{99999} \cdot \frac{99998-15000}{99998} \cdot \dots \cdot \frac{99988-15000}{99988} = 12,09\% ; b)$$

$P(1 \leq X \leq 13) = 100\% - 12,09\% = 87,91\%$; c) As cifras facilitadas por el non coinciden exactamente porque en realidade venderon entre 14000 e 15000 números diferentes]

Actividade 3. Nunha bolsa hai 8 bólas numeradas do 1 ao 8. Nós temos boletos con catro números (1,2,3 e 4). Sacamos dúas bólas e obteñen premio os dous boletos que coinciden co número sacado.

a) Cantos resultados diferentes se poden obter?; escribe todos os casos posíbeis. Supoñendo que saíron premiadas o 1 e o 2, cal é a probabilidade de obter b) 0 premios; c) algún premio; d) exactamente 1 premio; e) exactamente 2 premios.

[Sol: a) 56 posibilidades; b) 30/56; c) 26/56; d) 24/56; e) 2/56]

Actividade 4. Na primeira solución da actividade 2 aparece o produto de 13 fraccións de numeradores 85000, 84999, 84998, 84997, ..., 84988 e de denominadores 100000, 99999, 99998, 99997, ..., 99988. Se deches combinatoria, a) saberías expresar ese produto de fraccións mediante unha expresión? b) O produto desas fraccións pode ser o resultado simplificado doutra expresión na que aparecen combinacións? Compróboao usando unha calculadora científica ou un programa de cálculo.

$$[Sol: a) 12,09\% = \frac{V_{85000}^{13}}{V_{100000}^{13}} ; b) Si, porque \frac{V_{85000}^{13}}{C_{85000}^{13}} = P_{13} = \frac{V_{100000}^{13}}{C_{100000}^{13}} \Rightarrow \frac{V_{85000}^{13}}{V_{100000}^{13}} = \frac{C_{85000}^{13}}{C_{100000}^{13}}]$$

Nas noticias dos medios de comunicación referidas aos resultados de 2016 obtidos en Pinatar falaban da probabilidade de non obter ningún premio ou de obter algún, pero non aparecía a probabilidade de obter exactamente un número determinado de acertos (distinto de cero) ou como mínimo un número concreto (distinto de 1) de acertos, Se queremos achar esas probabilidades a

fórmula xeral vén dada pola seguinte expresión: $P(X=i) = \frac{V_{N-n}^{x-i}}{V_N^{x-i}} \cdot \frac{V_n^i}{V_{N+i-x}^i} \cdot C_x^i$ sendo X a variábel

“tocar premios”, i o número de premios, N o número total de bólas (desde o ano 2011 son 100000, antes eran 85000), n o número de boletos distintos que xogamos (en 2017 en Pinatar venderon aproximadamente 30000 números distintos, en 2016 foron 15000), e x é o número de premios importantes (desde 2005 son 13). Por exemplo, se xogamos $n=30000$ números distintos en 2018,

$N=100000$, $x=13$, daquela: $P(X=i) = \frac{V_{100000-30000}^{13-i}}{V_{100000}^{13-i}} \cdot \frac{V_{30000}^i}{V_{100000+i-13}^i} \cdot C_{13}^i$, que para os distintos

valores de i , $0 \leq i \leq 13$ as probabilidades son as seguintes:

	i	$P(X=i)$
Prob. obter exactamente 0 premios importantes	0	0,97%
Prob. obter exactamente 1 premio importante	1	5,40%
Prob. obter exactamente 2 premios importantes	2	13,88%
Prob. obter exactamente 3 premios importantes	3	21,81%
Prob. obter exactamente 4 premios importantes	4	23,37%
Prob. obter exactamente 5 premios importantes	5	18,03%
Prob. obter exactamente 6 premios importantes	6	10,30%
Prob. obter exactamente 7 premios importantes	7	4,41%
Prob. obter exactamente 8 premios importantes	8	1,42%
Prob. obter exactamente 9 premios importantes	9	0,34%
Prob. obter exactamente 10 premios importantes	10	0,06%
Prob. obter exactamente 11 premios importantes	11	0,01%
Prob. obter exactamente 12 premios importantes	12	0,00%
Prob. obter exactamente 13 premios importantes	13	0,00%

Actividade 5. No ano 2017 en Pinatar venderon para o sorteo da lotaría de Nadal aproximadamente 30000 números diferentes e obtiveron 4 premios importantes. a) Cal era a probabilidade de obter como mínimo eses 4 premios importantes? b) E a probabilidade de obter algún?

[Sol: a) 57,94%; b) 99,03%]

3. A fórmula máxica

“–¡Cuando yo decía que el número era de los más bonitos...! –manifestó don Baldomero con orgullo–. En cuanto el lotero me lo entregó, sentí la corazonada.”

“–Si tenía que salir, eso bien lo veía yo –afirmó Samaniego, con esa convicción que es resultado del gozo–. ¡Tres *cuatros* seguidos, después un *cero* y acabar con un *ocho*...! Tenía que salir.”

Benito Pérez Galdós, *Fortunata y Jacinta*

Ata agora calculamos as probabilidades de que nos tocara un premio en función da cifra de números diferentes que xoguemos. Pero, hai algo máis. Segundo Ángel García si. Así falaba nunha entrevista para a COPE realizada o 23 de decembro de 2016.

Pregunta - Bueno, te has puesto muy navideño. Si lo entiendo bien, primero, hay que llevar bastantes números, hay que invertir en bastantes números, y luego hay que procurar que los números que, por la ley de las probabilidades, son más agraciados en el sorteo de la lotería, los contengan nuestros números, ¿no?

Ángel García - Bueno, más o menos. Digamos que es *mucho más complejo* lo que he empleado. La verdad es que *utilicé varias variables* para poder buscar que tocaran tres premios. Lo he conseguido. No hay, lógicamente, una ley de certeza absoluta. Es simplemente buscar que haya mayor probabilidad de dar esos tres premios, pero lógicamente, siempre cabe la posibilidad de no darlos, es decir, no vamos a quitar de que hay una certeza absoluta. *No es sencillo, es bastante complejo* el tema del cálculo. (...) elegir *qué números pueden ser más probables* de que toquen o

dejen de tocar o descartar un número, etc., etc., sin menoscabo de que pueda ser de que ese número que es descartado caiga...

Estudar estes asuntos permítame descubrir cousas. Por exemplo, eu cría que todos os números da lotaría de Nadal tiñan a mesma probabilidade de saír, $1/100000$, pero semella que non é así, estaba equivocado. Segundo parece hai números que teñen máis probabilidade de tocar que outros. Fáltame saber cales son eses números para avanzar no meu obxectivo de facerme rico grazas á lotaría.

A clave para elixir correctamente os números a xogar dáa Miguel Ángel Zapata, xerente da administración de lotarías Perolo de San Pedro de Pinatar no artigo publicado en rtve.es o 8 de novembro de 2017. Nese artigo dise:

Para poder dar tantos premios grandes, la fórmula ganadora no es ningún secreto. Es **un algoritmo basado en la ley de propiedades acumulativas y de descartes**. Siguiendo esta teoría, de los 100.000 números que estarán en el bombo del sorteo de Navidad, Loterías Perolo descarta 28.000.

"Entre los números que rechazamos, **descartamos las terminaciones en 13, así como los que han salido en otros sorteos anteriores**", explica Zapata.

A razón do descarte [dou por suposto que cando Zapata fala da lei de descartes, está a falar do acción de descartar e dunha lei que ten que ver coa estatística e que eu descoñezo, e non dunha lei formulada por Descartes] dos números rematados en 13 non sabemos se é por ser o número da mala sorte... ou porque o ano pasado o primeiro premio rematou en 13. E tamén descartaron os saídos nos sorteos anteriores. Sobre esta medida non podo deixar de recordar a película de Woody Allen *Todo o que sempre quixo saber sobre o sexo e nunca se atreveu a preguntar*. Nun dos sete segmentos no que está dividida a película, dedicado á exaculación, os espermatozoides –un deles está representado por Woody Allen– enfróntanse á tarefa de saír do pene (<https://www.youtube.com/watch?v=nX1n12JSM7k>).



No noso contexto poderíamos imaxinar varias opcións–escenas . A primeira consistiría en supoñer todas as bólas (os espermatozoides da película) querendo saír do bombo (o pene da película) pero as que non teñen aparecido en sorteos anteriores queixaríanse e dificultarían a saída das outras: “eh, ti non, que xa saíches o ano pasado; agora tócanos a nós” . Outra opción sería imaxinar as bólas afortunadas, como mostra de solidariedade, loitando por non caer no buraco que as leve ao premio, deixando esa posibilidade ás súas compañeiras ata ese momento non agraciadas. Unha escena deste tipo estaría moi ben para o cine de humor, pero parece absurdo desde o punto de vista matemático.

Pero alguén podería dicir que será absurdo pero dá resultado. É certo, pero a razón non é porque haxa unha fórmula máxica, a non ser que entendamos por tal xogar a maior cantidade de números diferentes. Se facemos isto último, a probabilidade de obter algúns dos trece premios importantes é maior, independentemente de que xogemos números que non saíron en sorteos anteriores, os primeiros, os últimos, os do medio,... Aínda que os resultados non poden ser significativos porque a administración de lotaría de Pinatar só ten dous anos de historia (na lotaría de Nadal de 2016, vendeu 15000 números diferentes e obtivo 3 premios importantes; na de 2016, vendeu 30000 números e obtivo 4 premios). Que pasaría se xogásemos en 2016 aos 15000 primeiros números? E aos últimos? E se fixésemos o mesmo en 2017 con 30000 números? Estes serían os resultados:

Ano	Números distintos xogados	Premios que obteríamos xogando os primeiros números	Premios que obteríamos xogando os últimos números	Premios obtidos en Perolo
2016	15000	3	1	3
2017	30000	8	1	4

Se facemos unha táboa histórica desde o ano 2005 (non retrocedemos máis porque nos anos anteriores a 2005 o número de premios importantes era inferior a 13; en concreto en 2004 eran 9) e supoñemos que xogamos o 30% dos números existentes (desde 2011 entran 100000 bolas, polo que supoñemos que xogamos 30000 números diferentes; pero entre 2005 e 2010 o número de bólas é 85000 e daquela supoñemos que xogamos 25500 números) cos primeiros números, cos últimos e cos do medio, o número de premios sería o seguinte:

Ano	Premios xogando os primeiros números	Premios xogando os últimos números	Premios xogando o intervalo medio
2005	5	4	2
2006	3	5	2
2007	4	3	4
2008	0	6	4
2009	2	3	6
2010	3	7	1
2011	5	1	4
2012	4	2	5
2013	3	4	5
2014	3	4	3
2015	4	5	4
2016	5	3	3
2017	8	1	4
Media	3,77	3,69	3,62

Actividade 6. No cadro anterior aparecen algúns casos extremos: xogando o 30% dos primeiros números en 2008 teríamos 0 premios importantes e en 2017 serían 8. Vendo a táboa que aparece inmediatamente antes da actividade 5, cal é a) $P(X = 0)$; b) $P(X \geq 8)$; c) Interpreta os resultados. [Nota: a táboa está calculada para un sorteo de 100000 números diferentes, pero en 2008 só houbo 85000. Mais neste caso os valores de $P(X = 0)$ coinciden]

Actividade 7. Que outras opcións de elixir o 30% dos números se che ocorren? Teríamos resultados moi diferentes?

Actividade 8. Parece que a “fórmula matemática” da administración de lotaría Perolo non só inclúe descartes; en 2017 tamén se inclinaron por xogar números con cifras repetidas, tal como recolleu El País:

Con esa lóxica, han descartado números ya premiados y terminaciones que consideran poco probables, como el 13 o el 63 y han apostado por otros, como los que tenían cifras repetidas: el gordo lleva dos 1 consecutivos, el segundo acaba en 44, y uno de los quintos incluye el 88. “Han acertado de pleno”, dice orgulloso el gerente.

Neste caso El País quédase curto: Non só o Gordo leva dous 1 consecutivos (71198), o segundo acaba en 44 (51244), e un dos quintos inclúe o 88 (58808). Tamén un cuarto (13378), e outros dous quintos levan cifras repetidas (00580 e 22253). En total, en 2017 seis premios dos trece levan cifras repetidas. E en 2016 foron cinco e en 2015 seis. Parece impresionante. Pero vos proponho estudar probabilisticamente a cuestión. Para iso contestar as seguintes preguntas:

- a) Dos 100000 números que entran no bombo, cantos cres que teñen como mínimo dúas cifras seguidas repetidas? 1000? 5000? 10000? 20000? 120000? E cantos había cando entraban 85000 números? Atrévete a calculalos (baseándose nalgunha regra de formación ou usando combinatoria)?
- b) Ímosvos dar a resposta anterior. Son 34390 e 28867. Cal é a porcentaxe de números que teñen como mínimo dúas cifras seguidas repetidas, respectivamente? E se compramos todos eses números, cantos premios maiores, dos 13 existentes, podemos esperar?
- c) Comentamos máis enriba o número de premios obtidos en 2015, 2016 e 2017 con esas características (6, 5 e 6, respectivamente). Son significativos os resultados conseguidos en tres anos? A continuación presentamos unha táboa cos resultados históricos desde o 2005, ano no que se implantaron os 13 premios importantes, e a súa media. Explicar os diferentes resultados logrados. Despois disto, seguen parecendo impresionantes os resultados acadados?

Ano	Premios con cifras repetidas	
2005	5	28 867 de 85 000 Premios esperados 4,41
2006	2	
2007	6	
2008	4	
2009	2	
2010	6	
2011	6	34 390 de 100 000 Premios esperados 4,47
2012	4	
2013	4	
2014	2	
2015	6	
2016	5	
2017	6	
Media	4,46	

[Sol: b) 34,39% e o 33,4% ; 4,47 e 4,41; c) Uns anos tocan uns poucos máis cá media e outros uns poucos menos, pero a media se axusta ao esperado. Non son resultados impresionantes. Unha serie de poucos anos é enganosa]

Resumindo, en primeiro lugar os cálculos realizados pola administración de lotaría son simplemente as probabilidades de ter algún premio importante en función dos números diferentes vendidos e, en segundo lugar, a fórmula “máxica” para seleccionar os números nin ten fundamento matemático (mesmo é antimatemática e supersticiosa) nin funciona mellor que a elección de

números aleatorios. Airear a existencia dunha fórmula é unha cuestión propagandística, de mercadotecnia, para aumentar as vendas.

Actividade 9. Por desgraza, a transparencia informativa das administracións de lotaría sobre o número de décimos vendidos e a cantidade de euros repartidos non é moita. Cales cres que son as razóns? Non obstante, coñecemos os seguintes datos: en 2016 na Lotaría Perolo vendéronse aproximadamente 15000 números diferentes e 150000 décimos; ademais, *na rexión murciana* caeron 8 premios importantes e recolléronse en total 1,7 millóns de euros en premios. Compensou ese ano comprar na Lotaría Perolo 15000 décimos de números diferentes?

[Sol: Non porque recadaríamos menos dos 1,7 millóns de euros que tocaron en toda a rexión e teríamos gastado 3 millóns]

A administración Perolo conta cun equipo de persoas que, segundo din eles, tentan mellorar a fórmula. Pero o determinante, como xa dixemos, é vender cada vez máis números distintos mediante unha excelente campaña de mercadotecnia, que converteu á administración en dous anos nunha das que máis vende de España. Para iso idea produtos como a *funda premiada*, coa que "te aseguras que te va a tocar sí o sí algo porque consiste en diez décimos con números distintos, cada uno con una terminación del 0 al 9", a *fórmula casada*, mediante a cal se comparten catro ou cinco números distintos entre catro ou cinco persoas e "lleva un documento que lo firman los que juegan juntos".



E tamén teñen o *sobre sorpresa*, que consiste nun sobre que contén un décimo no que se descoñece o número, e recoméndase ao comprador que non o abra ata despois do sorteo. O obxecto desta táctica, segundo o xerente, é dar saída a “números feos” que ninguén quere, porque claro, aínda que hai números feos e números bonitos, todos son de deus.

Actividade 10. Estamos de acordo en que números son feos? A continuación reproducimos publicidade de números para xogar en 2017. Que un grupo de alumnado faga unha enquisa sobre cales son bonitos e cales son feos. Comprobar se tocou algún. É dos bonitos ou dos feos?



[Sol: Hai 2 reintegros (devolución) e 1 premio de 5€ por cada euro xogado. É o número 43544]

4. Merchar na Administración que toca... ou o número que toca?

Durante a celebración do sorteo de Nadal, cando na administración 'Perolo', de San Pedro del Pinatar (Murcia) xa levaban dous premios caídos, o seu xerente Miguel Ángel Zapata declarou a un medio de comunicación que 'ya podemos decir que esta administración reparte premios'. E así é. En 2016, dita administración vendeu case 154000 décimos correspondentes a case 15000 números distintos e deu 3 dos 13 premios importantes. En 2017 vendeu uns 240000 décimos e non sabemos exactamente os números distintos vendidos, aínda que o 08/11/2017, cando faltaba máis de un mes para o sorteo, e se produce a maior porcentaxe de vendas, levaban vendidos case 16000 números diferentes, máis que en 2016, e segundo parece venderon arredor de 30000 e deu 4 premios importantes.

Mais a cuestión que lle interesa á persoa compradora non é **onde** comprar senón **que** número comprar. Se o que pretende porque lle fai ilusión é merchar no lugar onde toca o Gordo de Nadal, fagámolo na Bruixa d'Or, en Doña Manolita, en El Perolo,..., pero penso que o que busca esa persoa é que toque o número que ela ten. En 2017 o Gordo tamén se vendeu en Vilalba, e a seguinte viñeta publicada por Santy en La Opinión o 23/12/2017 reflicte perfectamente esta cuestión.



Actividade 11. Recóllese en rtve.es as seguintes declaracións do xerente de El Perolo Miguel Ángel Zapata:

"Hasta la fecha [08/11/2017] llevamos casi 16.000 números diferentes vendidos, bastante más de los que logramos vender el año pasado hasta el 21 de diciembre. Esperamos vender al menos 30.000. Pero si conseguimos llegar a los 36.000 números distintos vendidos, conseguiremos repartir cinco premios mayores del sorteo".

Supoñamos que conseguiran vender esos 36000 números distintos. Cal é a probabilidade de que repartan como mínimo cinco premios grandes?

[Sol: $P(X \geq 5) = 53,01\%$, mentres que a probabilidade de que saíran como mínimo 4, como así foi en 2017, é $P(X \geq 4) = 74,65\%$]

Actividade 12 (de escritura e lectura). A promoción da escritura non é patrimonio das áreas de lingua. Ademais, coñecemos a afección do profesorado de linguas a mandar redaccións sobre temas do tipo: como pasaches as vacacións?, que che trouxeron os Reis?,..., que, a mesmo que fomentan a escritura do alumnado, permiten ao profesorado avaliar o léxico pero tamén pescudar en asuntos familiares. Aquí impulsamos actividades menos morbosas e máis imaxinativas e divertidas: Propoñemos unha redacción sobre o desenvolvemento ficticio da cea de Noiteboa na casa do xerente da administración El Perolo, á que tamén asiste o seu cuñado Ángel García, o autor do apoio estatístico da campaña publicitaria que enriquece ao xerente [como se ve, hai cuñados e cuñados]. Que comen?; que comentarios fan sobre a campaña propagandística desenvolvida?; como valoran os embelecocos utilizados cos colaboradores?; que pensan do papel desempeñado polos medios de comunicación e polas autoridades do pobo na consecución do éxito da campaña?; cales podían ser os brindes?; ...

Actividade 13 (outra de escritura e lectura). Algúns medios de comunicación seguen promocionando as ideas supersticiosas entre os seus lectores, como mostran os seguintes titulares, onde se relaciona a “sorte” coas “desgrazas” (neste caso as chuvias).



The image shows a screenshot of a news article from the newspaper 'La Opinión DE MURCIA'. The article is titled 'A San Pedro le funcionan las matemáticas' and is categorized as 'Lotería de Navidad'. The text of the article states: 'La administración 'El Perolo' vende un cuarto premio y dos quintos días después del temporal que ha azotado con virulencia el Mar Menor - Un informático, familiar de uno de los propietarios, llevó a cabo unos cálculos estadísticos para cifrar en un 81% las probabilidades de dar un premio'. The author is identified as Carlos López Fernández, and the date and time are 23.12.2016 | 04:00.

europapress / murcia

Algoritmos de un informático llevan la suerte a San Pedro, afectado por las lluvias

Pero o que nos interesa nesta actividade ten que ver coa entrevista que lle fixeron a Ángel García (informático, economista e autor dos cálculos estatísticos da administración Perolo) na cadea

COPE o 23 de decembro de 2016. Nun momento preguntánlle o seguinte e reproducimos a súa resposta:

P.- Tú sabes, de todas formas, Ángel, que estas cosas, para entenderlas bien muchas veces hay que convertirlas en un caso práctico. Entonces, para el “Niño” ¿cuál es el número más probable? ¿Cuál es el consejo?

R.- El consejo, acercarte a la Administración, comprar un sobre sorpresa, no abrirlo, porque en el sobre sorpresa habrá un décimo, y abrirlo el día del sorteo una vez que salga el premio. ¡Seguro que te toca! ¡Seguro!

Pídese que fagas unha redacción que toque os seguintes:

- Ponte no lugar de Ángel García e contesta a pregunta dun xeito “politicamente correcto”.
- O mesmo pero “politicamente incorrecto” (iso non significa insultar,... senón dicir con razoamentos que nos parece a pregunta e contestala sinceramente).
- Valora a resposta dada por Ángel García.
- Escoita a entrevista completa (tes a ligazón da entrevista da COPE nas referencias bibliográficas), dividir a clase en grupos, recoller por escrito a opinión de cada un deles sobre os contidos da entrevista, expoñer os distintos pareceres e facer un debate na clase.

5. **As terminacións saídas ao longo dos 208 sorteos ata agora efectuados están distribuídos dunha maneira uniforme?**

“Había cartones [do bingo] que gustaban máis que outros, y se reconocían semana tras semana; combinaciones de números que parecían máis propicias en unos cartones que en otros cartones de la suerte, tal vez.”

Raymond Carver, *Principiantes*

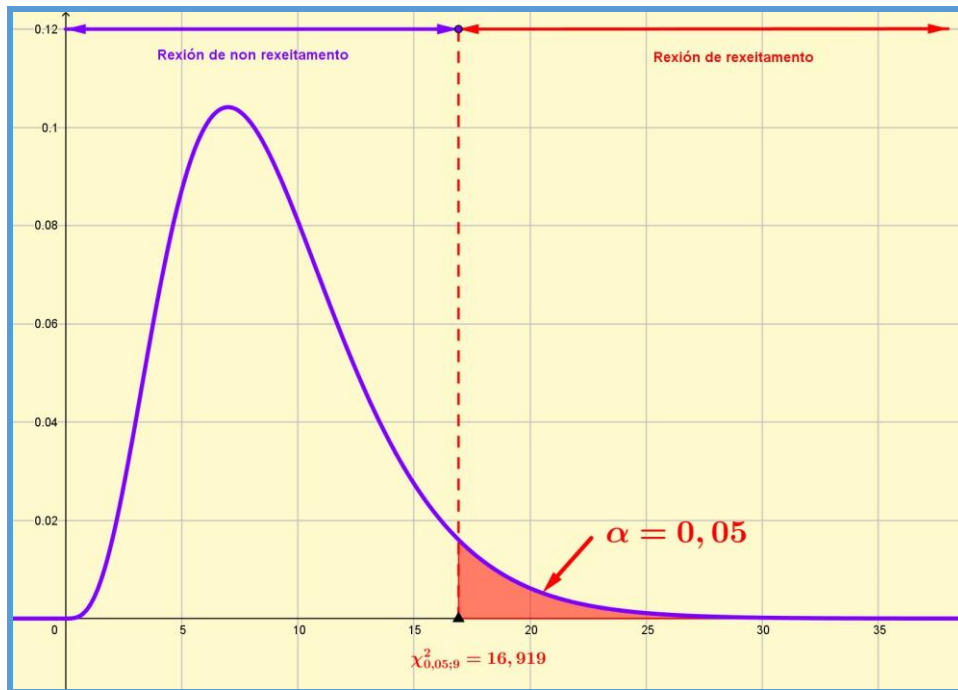
Cando saíu publicada a seguinte imaxe, un día despois do sorteo de Nadal de 2016, levábanse efectuado 207 xogos.



Se sumamos unha unidade á frecuencia dos 8, que foi a terminación no ano 2017, teremos os reintegros dos 208 sorteos efectuados ata o momento.

Chama a atención a diferenza de frecuencias, cando era esperábel que, despois de moitos sorteos, as 10 posíbeis terminacións saísen aproximadamente o mesmo número de veces (con 208 sorteos, arredor de 20,8 veces). Ante a imaxe anterior é oportuno preguntarse se esa esperanza ten algún fundamento, é dicir, se as terminacións deberían estar distribuídas dunha maneira uniforme ou hai uns díxitos finais que teñen máis probabilidade de saír. Para estudar esta cuestión, é dicir, para contrastar se as diferenzas entre os 208 datos observados e os datos esperados son estatisticamente significativas ou non emprégase un test de bondade chi cadrado con $k-1=9$ graos de liberdade, cuxo estatístico de proba é $\chi^2 = \sum_{i=0}^9 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$ sendo o_i a frecuencia observada dos primeiros premios cuxo último dígito é o número i e e_i a frecuencia esperada do número i supoñendo que os últimos díxitos dos primeiros premios seguen unha distribución aleatoria uniforme.

Se o valor do estatístico de proba χ^2 é menor que o valor crítico da distribución chi cadrado para un nivel de significación $\alpha = 0,05$ na cola dereita e con $k-1=9$ graos de liberdade, $\chi_{0,05;9}^2$ (ou, se traballamos co valor $-P$, que dito valor é maior que 0,05, o nivel de significación co que traballamos) non haberá evidencia suficiente para rexeitar a hipótese nula H_0 , que afirma que as terminacións dos premios Gordos ao longo da historia é unha distribución uniforme, é dicir, pensaremos que hai un bo axuste a esa distribución. Pola contra, se o valor do estatístico de proba χ^2 é maior que o valor crítico $\chi_{0,05;9}^2$ ou o valor $-P$ é menor que o nivel de significación, rexeitaremos a hipótese nula H_0 , non será un bo axuste e daquela rexeitaremos a hipótese da uniformidade das terminacións dos Gordos.



No noso caso, se utilizamos unha folla de cálculo (no que o_i son as frecuencias observadas e $e_0 = e_1 = \dots = e_9 = 208/10 = 20,8$) ou mesmo nos axudamos do programa *Geogebra* obteremos os valores de χ^2 e do valor P .

Cálculos de probabilidade

Distribución Estadísticas

test de bondade do axuste

Filas 10

Columna %

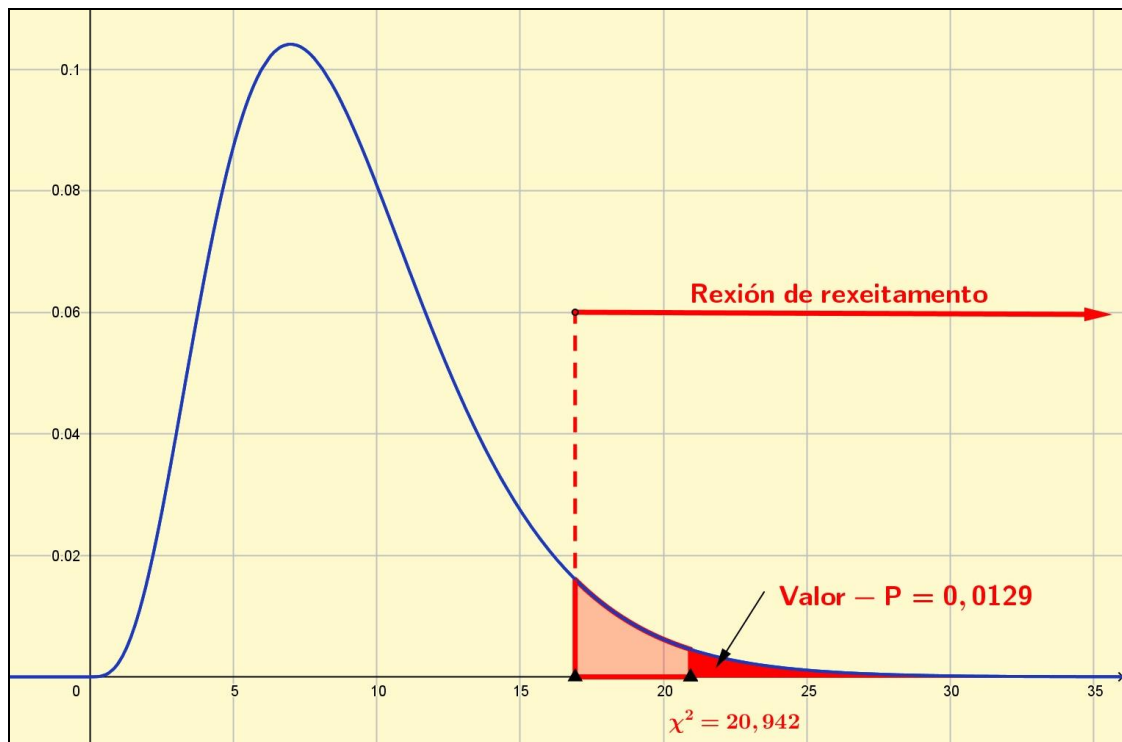
	Frecuencia observada	Frecuencia esperada
0	21	20.8
1	8	20.8
2	13	20.8
3	21	20.8
4	27	20.8
5	32	20.8
6	26	20.8
7	20	20.8
8	23	20.8
9	17	20.8
	208	208

Resultado

test de bondade do axuste

df	9
χ^2	20.94231
P	0.01291

Como $\chi^2 = 20,94231 > \chi^2_{0,05;9} = 16,919$ (ou traballando co valor $-P$, obtemos que valor $-P = 0,01291 < 0,05$), daquela concluímos que **non existe suficiente evidencia estatística para afirmar que as terminacións se axustan dun bo xeito á distribución uniforme de frecuencias.**



Esta conclusión, chocante, lévanos a facer varias consideracións interesantes desde o punto de vista pedagóxico:

a) *Erros de tipo I e tipo II.*

Pensabamos (e pensamos) que as terminacións do sorteo de Nadal deben distribuírse dunha maneira uniforme e, pola contra, a conclusión á que chegamos estudando estes 208 datos lévanos a concluír que esa idea é incorrecta. Que está a pasar? Pois que, a pesar de que o método de análise empregado é correcto e que verifica todos os requisitos para aplicar o test de bondade de axuste (para cada categoría a frecuencia esperada debe ser como mínimo 5 e no noso caso a frecuencia esperada para as 10 categorías é 20,8), sempre hai a posibilidade de que cheguemos a unha decisión incorrecta. En Estatística hai dous tipos de erros, os erros de tipo I e os de tipo II.

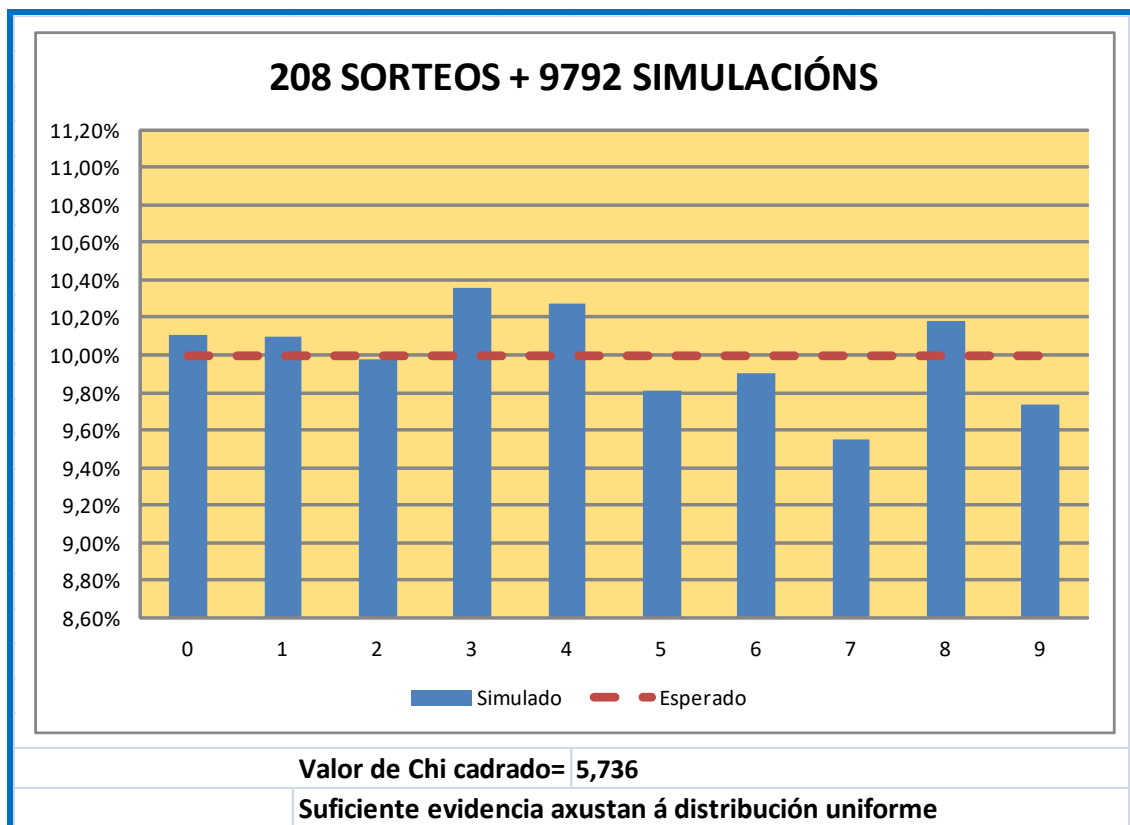
		Situación real	
		Hipótese nula H_0 verdadeira	Hipótese nula H_0 falsa
Decisión adoptada	Non rexeitar H_0	Decisión correcta	Decisión incorrecta Erro de tipo II
	Rexeitar H_0	Decisión incorrecta Erro de tipo I	Decisión correcta

E neste caso estamos a cometer un erro de tipo I, é dicir, estamos a rexeitar H_0 , decidindo que as terminacións non seguen unha distribución aleatoria uniforme cando sabemos que a situación real é que si a seguen. E cal é a probabilidade de que isto ocorra neste caso? Pois o

valor $-P = P(\chi^2 > 20,94231) = 0,01291$, é dicir, o 1,29%. Significa que nos equivocamos en 1 de cada 100 casos... e resulta que neste caso real estamos ante un deles. Decepción? Non. Todo o contrario. É a mesma sensación que podemos sentir cando ante un palleiro botamos a man a cegas e resulta que nos pinchamos cunha agulla. E, ademais, ten un indubidábel valor didáctico: é un caso real no que fallan as conclusións estatísticas, algo que pode pasar aínda que quixeríamos acoutar o máximo posíbel.

b) *Lei dos grandes números*

Preguntámonos se as conclusións obtidas, “non existe suficiente evidencia estatística para afirmar que as terminacións se axustan dun bo xeito á distribución uniforme de frecuencias” e “estamos a cometer un erro de tipo I” serán debidas a que contamos so con 208 resultados. Que pasaría se contásemos cos resultados de máis sorteos? A lei dos grandes números dinos que cando repetimos o experimento (sorteos) cada vez máis veces, as frecuencias relativas das terminacións tenden a estabilizarse arredor duns números, que son as probabilidades reais de cada terminación. Para resolver esta carencia de resultados podemos efectuar unha simulación reproducindo a situación do sorteo para obter resultados semellantes aos reais. Mediante unha folla de cálculo xerei 9792 números enteiros aleatorios entre 0 e 9 (que sumados aos 208 resultados dos sorteos que xa temos, suman 10000) representei a frecuencia relativa das diferentes terminacións, obtendo gráficos como o que segue:



Aproveitei a folla de cálculo creada para estudar o test de bondade chi cadrado. Cada vez que pulso F9 aparecen diferentes números aleatorios. Comprobei que a inmensa maioría das simulacións producidas dan como resultado que existe suficiente evidencia estatística para afirmar que as terminacións se axustan dun bo xeito á distribución uniforme de frecuencias, como sospeitabamos.

Actividade 14. Realizar unha simulación xerando 9792 números enteiros aleatorios entre 0 e 9. Contar as frecuencias de cada terminación e sumarlle as frecuencias dos resultados dos 208 sorteos efectuados ata o momento. Tendo en conta as frecuencias esperadas (1000 para cada terminación), achar o valor de chi cadrado e usando a función estatística SI expresar a conclusión sobre se hai suficiente evidencia estatística para afirmar que as terminacións se axustan dun bo xeito á distribución uniforme de frecuencias (segundo o valor de chi cadrado é menor ou maior que 16,919). Achar as frecuencias relativas das terminacións deses 10000 resultados e representalas mediante un diagrama de barras. Pulsar a tecla F9. Ver como varían os números aleatorios, as frecuencias, as frecuencias relativas e, algunhas veces, a conclusión. Pulsa unhas cantas veces (100?) e conta o número de veces que nos indican que non hai suficiente evidencia estatística. Moitas? Que proporción? E despois de sumar os teus resultados aos obtidos polos teus compañeiros e compañeiras?

[A min saíronme 8 en 100. É de esperar que co aumento das simulacións, a proporción diminúa máis]

c) *Falacia do xogador*

Se pensamos que as terminacións do Gordo seguen unha distribución uniforme, as frecuencias *relativas* das dez opcións deberían ser aproximadamente iguais. Pero sería erróneo pensar que as frecuencias absolutas tamén deberían aproximarse. Este erro recibe o nome de *a falacia do xogador* e consiste en crer, no noso caso, que despois de saír a terminación 5 un número inusitado de veces (32, cando o esperado despois de 208 sorteos era que estivera arredor dos 20,8), vai sendo hora de que deixe espazo libre para que outros números, como por exemplo o 1 (que saíu moi poucas veces, 8), podan ter ocasión de dar alegrías. Iso estaría moi ben se as bólas tivesen memoria e consciencia de que os números rematados en 5 xa saíron excesivas veces e que os tempos dos rematados en 1 son chegados. Na seguinte táboa (ficticia) podemos ver como as frecuencias absolutas do 1 poden ser inferiores ás do 5 a medida que incrementamos o número de experimentos (polo tanto as diferenzas de frecuencias entre eles medran) e, non obstante, as frecuencias relativas vanse aproximando.

	Despois de									
	1 000 sorteos		10 000 sorteos		100 000 sorteos		1 000 000 sorteos		10 000 000 sorteos	
	f	f_r	f	f_r	f	f_r	f	f_r	f	f_r
Nº veces o 1	90	9%	920	9,2%	9 400	9,4%	96 000	9,6%	980 000	9,8%
Nº veces o 5	110	11%	1 080	10,8%	10 600	10,6%	104 000	10,4%	1 020 000	10,2%
Diferenza entre o 5 e o 1	20		160		1 200		8 000		40 000	

Actividade 15. No apartado que titulamos “A fórmula máxica” xa reproducimos as declaracións de Miguel Ángel Zapata para rtve.es. Dicía:

"Entre los números que rechazamos, **descartamos las terminaciones en 13, así como los que han salido en otros sorteos anteriores**", explica Zapata.

Cres que hai algo da falacia do xogador nesta postura?

6. Conclusión

“... no ganarlo [o diñeiro] nos convierte en deficientes mentales, en tarados”

Manuel Vilas, *Ordesa*

Como conclusión, como dicía no título desta comunicación, son incapaz de adiviñar o Gordo da lotaría de Nadal, pero creo que os da administración de lotaría Pero lo tampouco o son. Daquela, hai algo común entre nós.

O que nos diferencia a eles de min é que mentres eles tentan enganar ás persoas presentando como método científico o que é un acontecemento cuxa explicación é meramente probabilística (cantos máis números diferentes xogas, máis probabilidade tes de que che toque... e máis gañan os propietarios da administración de lotaría) e contando coa colaboración *dalguns* medios de información (deformación?) que axudan a espallar a súa campaña de mercadotecnia, eu, pola contra, non pretendo confundir á xente (nisto e neste momento; noutras cousas e máis adiante quen sabe!).

EL MUNDO España Opinión Economía Internacional Deportes Papel Más Q Suscríbete Inicia

Lotería de Navidad | Comprobar lotería Sorteo El Gordo Noticias Localizador de premios Premios

TITULARES: Seis noticias para estar informados a esta hora.

Resultados Lotería de Navidad 2016

La suerte de San Pedro del Pinatar, una estrategia de comunicación

EL PAÍS
SORTEO DE NAVIDAD

VIRGINIA VADILLO
Murcia - 22 DIC 2017 - 17:43 CET

La ‘fórmula matemática’ para ganar el Gordo de Navidad

Una administración de San Pedro del Pinatar (Murcia) vende el 71.198 y atribuye esa suerte a cálculos basados en la estadística. Pero su método carece de cualquier base científica

Dous exemplos dos poucos medios de comunicación que adoptaron unha actitude crítica á montaxe publicitaria

7. Implicacións didácticas

Arredor do mundo da lotaría hai moitos enganos e supersticións. A análise destas situacións considero que ten un grande interese didáctico non só polas aprendizaxes que entran en xogo no seu tratamento senón tamén pola súa capacidade para potenciar as actitudes críticas fronte informacións aparecidas nos medios de comunicación ou noutros ámbitos da vida cotiá.

No currículo da ESO e do Bacharelato (tanto en Matemáticas como en Métodos Estatísticos) propóñense, entre os seus contidos e estándares, o estudo da probabilidade e da estatística. Ao longo do noso traballo aparecen situacións e actividades axeitadas a cada un destes niveis, ao mesmo tempo que entran en xogo diversas competencias: contidos de probabilidade e estatística, combinatoria, a lei dos grandes números, os tipos de erros estatísticos, a falacia do xogador, a aleatoriedade e a distribución uniforme, o contraste de hipóteses, competencias dixital, científico-tecnolóxicas, sociais e cívicas, aprender a aprender, comunicación lingüística, ... xorden dun xeito motivador e non exentos de humor.

Mais non é menos importante a utilidade do estudado para potenciar a actitude crítica fronte á xerga pseudocientífica e ás campañas de mercadotecnia disfrazadas de método con fundamentos matemáticos, o fomento da reflexión e a dúbida ante datos que parecen contundentes, o espírito crítico fronte aos medios de comunicación, o combate das ideas supersticiosas e irracionais, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PARDO FERNÁNDEZ, Juan Carlos: Os reintegros da lotería de Nadal, En *Informest*, 2004, n. 22, pp 9-11. Tamén se pode consultar en internet: <https://www.sgapeio.es/INFORMEST/informest22.pdf> , data da última consulta 20/10/2018.

En internet

Cinco días: http://cincodias.com/cincodias/2016/12/22/empresas/1482401666_590610.html , data da última consulta 20/10/2018.

COPE (a entrevista con Ángel García): <http://www.cope.es/player/nombre=en-mediodia-cope-se-puede-advinar-el-numero-que-va-a-tocar-en-la-loteria-de-navidad--san-pedro-angel-garcia--pinatar&id=2016122314280003&activo=10> , data da última consulta 20/10/2018.

COPE: <http://www.cope.es/detalle/se-puede-advinar-el-numero-que-va-a-tocar-en-la-loteria-de-navidad-en-mediodia-cope-san-pedro-del-pinatar-angel-garcia.html?id=2016122314300001> , data da última consulta 20/10/2018.

El Mundo: <http://www.elmundo.es/sociedad/2016/12/22/585ba591268e3e44178b461c.html> , data da última consulta 20/10/2018.

El País: https://elpais.com/elpais/2017/12/22/actualidad/1513930375_213229.html , data da última consulta 20/10/2018.

Europapress: <http://www.europapress.es/murcia/noticia-algoritmos-informatico-llevar-suerte-municipios-mas-afectados-lluvias-20161222142849.html> , data da última consulta 20/10/2018.

La Información: http://www.lainformacion.com/estilo-de-vida-y-tiempo-libre/juegos-de-azar-y-loterias/algoritmos-informatico-municipios-afectados-lluvias_0_983302551.html , data da última consulta 20/10/2018.

La Opinión de Murcia: <http://www.laopiniondemurcia.es/comunidad/2016/12/23/san-pedro-le-funcionan-matematicas/792818.html> , data da última consulta 20/10/2018.

La Opinión de Murcia: <http://www.laopiniondemurcia.es/comunidad/2016/12/22/tres-primeros-premios-caen-san/792659.html> , data da última consulta 20/10/2018.

La Vanguardia: <http://www.lavanguardia.com/local/murcia/20171222/433815540953/loteria--el-71198-el-gordo-dotado-con-4000000-euros-a-la-serie-riega-murcia-y-san-pedro-del-pinatar.html> , data da última consulta 20/10/2018.

La Voz de Galicia: http://www.lavozdegalicia.es/noticia/pontevedra/bueu/2016/12/23/penas-dan-cante-poco-dinero/0003_201612G23P12991.htm , data da última consulta 20/10/2018.

Lotería de navidad: <http://www.laloterianavidad.com/noticia/secreto-fortuna-san-pedro-pinatar-loteria-navidad-910.html> , data da última consulta 20/10/2018.

RTVE: <http://www.rtve.es/rtve/20171108/formula-san-pedro-pinatar-para-ganar-cinco-premios-grandes-loteria-navidad/1633381.shtml> , data da última consulta 20/10/2018.