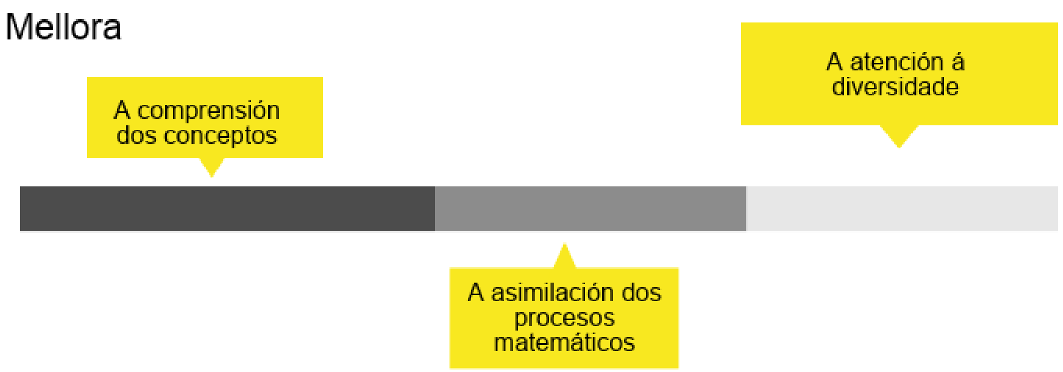
Matemáticas manipulativas con LEGOS

Laura Fidalgo Fernández

Mediante a manipulación de materiais, os alumnos adquiren coñecementos sendo eles mesmos os protagonistas e descubridores no proceso de aprendizaxe, conseguindo que esa aprendizaxe sexa significativa.

Non pretende substituír outros métodos de ensinanza, senon axudar á asimilación e a construcción de relacións entre conceptos que sexan duradeiros e afianzados.



Cos LEGOs definiremos as operacións de suma e multiplicación dunha manera sinxela e percorreremos conceptos que van dende a divisibilidade ata a infinitude dos números primos. Faise especialmente visual as operacións con fraccións simplificando o cálculo do mínimo común múltiplo e conseguindo que os alumnos o fagan de forma natural buscando as cores requiridas, xa que cada cor está asociada a un número primo. Despois de propoñer o tratamento de conceptos da teoría de números con LEGOs, esbozarase tamén como sería o plantexamento para polinomios de grado 1 e problemas de módulos.

É apropiado para tratar os contidos nas seguintes etapas:

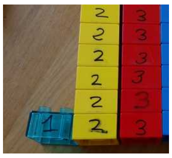
Primaria

Secundaria

Pero empezemos pouco a pouco:

Definición de elementos

Utilizaremos as pezas de LEGOs como pezas básicas para a construcción de calquera número. Cada peza de LEGO será un número primo do que teremos varios exemplares. Cada cor vai asociada a un número que levará escrito para maior claridade.



Incluíremos ademais o número 1 que non é primo por definición (xa que non ten exactamente catro divisores), por esta razón aparece pero sen cor, coa cor transparente. Conseguiremos así todos os números naturais grazas ao teorema fundamental da Aritmética.

Definición de operacións

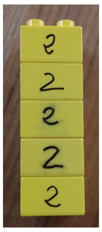
No conxunto dos naturais definimos:

- A **suma** de naturais estará definida como unha agrupación de pezas de LEGO. Repasaremos as propiedades conmutativa, asociativa e e. neutro.

- A **multiplicación** de naturais estará definida como o encaixe de pezas de LEGO. Propiedades: conmutativa, asociativa e e.neutro.

Descomposición factorial

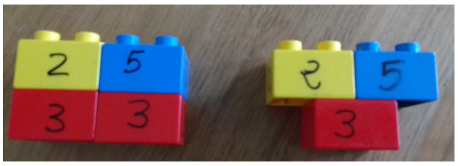
Conseguiremos calquera número encaixando os números primos necesarios mediante a operación da multiplicación. Exemplos: 60, 32, 81



Fíxemonos que pasa cando a descomposición resulta da mesma cor. Aparecen as potencias. Nestes exemplos a potencias de 2 e 3.

Distributiva e factor común.

A propiedade distributiva combina a multiplicación coa suma de naturais e é a propiedade contraria ao factor común.

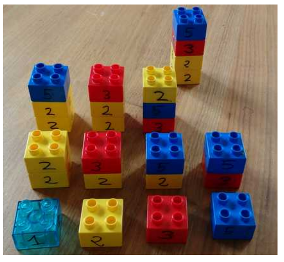


Divisores e múltiplos de un número.

Definíamos a multiplicación como o encaixe de pezas, polo que os múltiplos dun número será encaixar calquera peza no propio número.

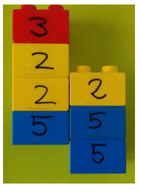
A división, como operación inversa a multiplicación, vai estar definida separando pezas dun encaixe, dun número. Para o cálculo de divisores dun número de maneira metódica o que faremos é construír "torres" coas pezas que constitúen o número. Primeiro "torres" de unha peza, despois "torres" de dúas pezas,… ata o número de pezas (de primos na descomposición factorial) que posúa o número. Conseguimos así un procedemento que vai percorrer as combinacións posibles para todos os divisores sen olvidarnos do número 1 e do propio número. Falarei tamén da experiencia na clase.

Exemplo: Divisores do 60.



Máximo común divisor e mínimo común múltiplo. Propiedades

Esta técnica manipulativa axudará especialmente aos alumnos para a comprensión dos conceptos de máximo común múltiplo (a construcción de pezas maior que coincida nos dous números) e mínimo común múltiplo. Veremos de forma manipulativa a propiedade MCD(a,b)mcm(a,b)=ab.



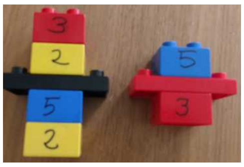
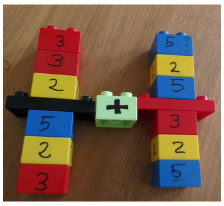
Fraccións

Definición

Definimos as fraccións cos LEGOs sen máis que separar o numerador e o denominador cunha peza plana. A tarefa de simplificar consitirá en eliminar a peza que coincida no numerador e denominador. Apréciase de forma sinxela polas cores. Análogamente amplificar consiste en engadir a mesma peza no denominador e numerador e a fracción irreducible é aquela na que non hai cores iguais no numerador e denominador. Revisaremos tamén a definición clásica de fraccións equivalentes con LEGOs.

Suma de fraccións.

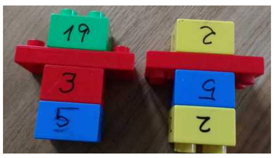
Poderemos sumar fraccións agrupando os numeradores sempre que o denominador sexa igual. Cando non é deberemos buscar que pezas engadir tanto no denominador como no numerador (amplificar) para que os denominadores coincidan e posteriomente agrupar numeradores. O que estamos a facer visualmente e coas pezas é conseguir o mcm dunha maniera natural e intuitiva. Véxase o exemplo:


$$\frac{6}{10}+\frac{5}{3}=\frac{18}{30}+\frac{50}{30}=\frac{18+50}{30}=\frac{2(9+10)}{30}=\frac{19}{15}$$

Multiplicación e división de fraccións

Como sabemos para multiplicar fraccións debemos multiplicar os numeradores e os denominadores. A división de fraccións imos vela coas pezas como a multiplicación polo inverso con respecto a multiplicación sen máis que darlle a volta a fracción divisora. $\frac{19}{15}:\frac{10}{2}$



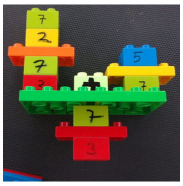
Demostración da infinitude dos números primos

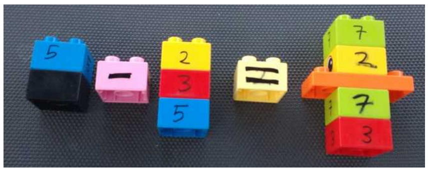
Demostraremos a infinitude dos números primos cos LEGOs. Por reducción ao absurdo supoñeremos que os números primos son finitos e teño por tanto pezas de esas cores na bolsa. Vou construír a partir destas pezas un novo número: 

Vemos que non podo sacar factor común xa que non coinciden nas dúas torres (1+ a multiplicación dos meus primos) ningunha peza da mesma cor. Polo tanto este novo número non é divisible por ningún dos primos existentes, que supuxen todos….será entonces un novo número primo e terei que engadir á miña bolsa de primos unha nova peza dun novo cor co valor do número creado. Pódese ver que o procedemento pódese repetir e polo tanto temos demostrado que os números primos son infinitos.

Escalabilidade

O proxecto das Matemáticas manipulativas ligado ás pezas de LEGO é modular e escalable, polo que animo aos docentes a amplialo con conceptos máis complicados. A modo de inspiración deixo algunhas ideas que se poden desenvolver relacionadas con xerarquía de operacións, fraccións de fraccións e polinomios de grao uno.

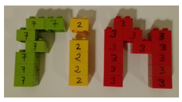




$$\frac{\frac{14}{21}+\frac{5}{7}}{\frac{7}{3}}$$

$$n-1=\dot{2}\,;n-1=\dot{3};\,n-1=\dot{5}\,;n-1=\dot{7}$$

$$5x-30=\frac{14}{21}$$



Webgrafía:

https://www.google.com/urlsa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=video&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwi-wZTe1qTeAhWQbVAKHeZ3Dv8QtwIIKTAA&url=https%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3D6THHLPnvqH8&usg=AOvVaw0Dm1vl6AgRPFpU5TC9LwUZ